

Tamara KUJAWSKA

**BADANIA NIELINIOWYCH WŁASNOŚCI  
OŚRODKÓW BIOLOGICZNYCH ZA POMOCĄ  
FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH**



INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI  
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

**Tamara KUJAWSKA**

**BADANIA NIELINIOWYCH WŁASNOŚCI  
OŚRODKÓW BIOLOGICZNYCH ZA POMOCĄ  
FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH**



INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI  
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

WARSZAWA 2006

Redaktor Naczelny:  
doc. dr hab. Zbigniew Kotulski

Recenzent:  
prof. dr hab. Julian Deputat

Praca wpłynęła do Redakcji 8 maja 2006 r.

**Praca habilitacyjna**

---

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład: 100 egz. Ark. druk.: 9,25

Oddano do druku w sierpniu 2006 roku

---

Druk i oprawa: Drukarnia Braci Grodzickich, Piaseczno, ul. Geodetów 47a

*Pamięci Profesora Leszka Filipczyńskiego,  
mojego kochanego Nauczyciela,  
w podziękę*



## Spis treści

<b>Spis symboli i oznaczeń</b> . . . . .	<b>7</b>
<b>1. Wprowadzenie</b> . . . . .	<b>9</b>
1.1 Znaczenie badań nieliniowej propagacji fal ultradźwiękowych w diagnostyce medycznej . . . . .	9
1.2 Cel, zakres i układ pracy . . . . .	15
<b>2. Parametr nieliniowości <math>B/A</math></b> . . . . .	<b>21</b>
2.1 Wprowadzenie . . . . .	21
2.2 Definicje . . . . .	21
2.3 Interpretacja fizyczna $B/A$ . . . . .	25
2.4 Metody wyznaczania wartości $B/A$ - istniejący stan wiedzy . . . . .	26
2.4.1 Metoda skończonej amplitudy . . . . .	27
2.4.2 Metoda termodynamiczna . . . . .	36
2.4.3 Metoda porównywania faz . . . . .	38
2.4.4 Metoda dla roztworów wodnych . . . . .	39
2.5 Wartości $B/A$ niektórych cieczy i tkanek biologicznych . . . . .	39
2.6 Porównanie istniejących metod wyznaczania $B/A$ . . . . .	42
<b>3. Modelowe równania falowe akustyki nieliniowej</b> . . . . .	<b>45</b>
3.1 Podstawowe równania ruchu cieczy . . . . .	45
3.2 Teoria propagacji akustycznej fali płaskiej w bezstratnej cieczy . . . . .	46
3.3 Aproksymacje dla termolepkich cieczy . . . . .	49
3.3.1 Przybliżenia drugiego rzędu . . . . .	49
3.4 Równanie falowe drugiego rzędu . . . . .	51
3.5 Równanie Westervelta . . . . .	53
3.6 Równanie Burgersa . . . . .	54
3.7 Równanie KZK . . . . .	56
<b>4. Numeryczne modelowanie nieliniowej propagacji</b> . . . . .	<b>59</b>
4.1 Wprowadzenie . . . . .	59
4.2 Numeryczny model propagacji fal akustycznych w nieliniowym ośrodku stratnym . . . . .	60
4.2.1 Warunki brzegowe . . . . .	63
4.2.2 Wyniki numerycznych symulacji nieliniowych pól w wodzie . . . . .	66

<b>5. Eksperymentalna weryfikacja kodu numerycznego . . . . .</b>	<b>77</b>
5.1 Technika badania nieliniowych pól akustycznych w wodzie . . . . .	77
5.2 Wyniki pomiarów w wodzie . . . . .	87
<b>6. Modelowanie numeryczne w dwuwarstwowym układzie ośrodków . . . . .</b>	<b>91</b>
6.1 Wprowadzenie . . . . .	91
6.2 Numeryczny model propagacji . . . . .	92
6.3 Wyniki symulacji numerycznych . . . . .	93
<b>7. Eksperymentalne badania nieliniowych pól akustycznych w dwuwarstwowym ośrodkach . . . . .</b>	<b>117</b>
7.1 Metoda wyznaczania parametru nieliniowości $B/A$ . . . . .	117
7.1.1 Wyniki pomiarów w ośrodkach dwuwarstwowym . . . . .	121
7.1.2 Analiza błędów . . . . .	129
<b>8. Podsumowanie i wnioski . . . . .</b>	<b>131</b>
<b>Bibliografia . . . . .</b>	<b>143</b>

## Spis symboli i oznaczeń

$a_t$	=	promień przetwornika kołowego;
$A, B, C$	=	współczynniki w rozwinięciu równania stanu dla cieczy;
$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$	=	stałe sprężystości trzeciego rzędu dla izotropowego ciała stałego;
$B/A$	=	parametr nieliniowości cieczy;
$c$	=	prędkość propagacji fali akustycznej w cieczy;
$c_0$	=	słabosygnałowa prędkość propagacji;
$c_t$	=	prędkość propagacji akustycznej fali podłużnej w izotropowych ciałach stałych;
$C_p, C_V$	=	ciepło właściwe odpowiednio przy stałym ciśnieniu i objętości;
$D/Dt$	=	$\partial/\partial t + \mathbf{u} \nabla$ , materiałowa pochodna względem czasu;
$f$	=	częstotliwość;
$j$	=	$\sqrt{-1}$ ;
$J_n$	=	funkcja Bessela pierwszego rodzaju $n$ -tego rzędu;
$k$	=	liczba falowa;
$\mathcal{L}$	=	$\frac{1}{2} \rho_0 u^2 - p^2 / 2 \rho_0 c_0^2$ , gęstość w układzie Lagrange'a;
$P$	=	$P - P_0$ , przyrost ciśnienia spowodowany zaburzeniem akustycznym;
$\bar{P}$	=	chwilowe ciśnienie w ośrodku zaburzonym;
$P_0$	=	ciśnienie w ośrodku nie zaburzonym;
$p_0$	=	średnie ciśnienie na powierzchni źródła;
$p_2$	=	amplituda ciśnienia 2-giej harmonicznej fali akustycznej;
$\Pi$	=	$\mu C_p / \kappa$ , liczba Prandtla;
$r$	=	współrzędna radialna w cylindrycznym układzie współrzędnych;
$R$	=	$C_p - C_V$ , stała gazowa;
$s$	=	entropia właściwa (na jednostkę masy) zaburzonego ośrodka;
$s_0$	=	właściwa entropia ośrodka nie zaburzonego;
$s'$	=	$s - s_0$ , akustyczna fluktuacja właściwej entropii;
$t$	=	czas;
$T$	=	temperatura;
$T_0$	=	temperatura nie zaburzonego ośrodka;
$T'$	=	$T - T_0$ , akustyczna fluktuacja temperatury;
$\mathbf{u}$	=	wektor prędkości akustycznej;
$u$	=	amplitudowa składowa prędkości akustycznej w ośrodku;
$u_0$	=	amplitudowa składowa prędkości akustycznej na źródle;



$X, Y$	=	kierunki prostopadłe do kierunku rozchodzenia się fali akustycznej;
$Z$	=	kierunek rozchodzenia się fali akustycznej;
$x, y, z$	=	współrzędne w układzie Kartezjańskim;
$x_1, y_1, z_1$	=	współrzędne w układzie Lagrange'a;
$\bar{z}$	=	osiowa odległość utraty ciągłości dla akustycznej fali płaskiej;
$\alpha_0$	=	słabosygnałowy współczynnik absorpcji (Np/jednostkową długość drogi w ośrodku);
$\alpha_T$	=	objętościowy współczynnik rozszerzalności cieplnej;
$\beta$	=	$1 + B/2A$ , nieliniowy współczynnik;
$\beta_T$	=	współczynnik ściśliwości termicznej;
$\gamma$	=	$C_p/C_v$ , stosunek ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości;
$\delta$	=	$[\frac{4}{3}\mu + \eta + \kappa(\frac{1}{C_v} - \frac{1}{C_p})] = v[\frac{4}{3} + \frac{\eta}{\mu} + (\gamma - 1)/\Pi]$ , dyfuzyjność dźwięku;
$\delta_{ij}$	=	delta Kroneckera (1 dla $i = j$ , 0 dla $i \neq j$ );
$\varepsilon$	=	$u_0/c_0 \cong p_0/\rho_0 c_0^2$ , akustyczna liczba Macha;
$\kappa$	=	współczynnik przewodnictwa cieplnego;
$\lambda$	=	długość fali;
$\mu$	=	lepkość ścinania;
$\eta$	=	lepkość objętościowa;
$\nu$	=	$\mu/\rho_0$ , lepkość kinematyczna;
$\rho$	=	chwilowa gęstość w ośrodku propagacji fali akustycznej;
$\rho_0$	=	gęstość ośrodka nie zaburzonego;
$\rho'$	=	$\rho - \rho_0$ , przyrost gęstości spowodowany zaburzeniem akustycznym;
$\sigma$	=	$z/\bar{z}$ , bezwymiarowa odległość od źródła akustycznego;
$\tau$	=	$t - z/c_0$ , czas retardowany;
$\varphi$	=	skalarny potencjał akustyczny;
$\omega$	=	$2\pi f$ , częstotliwość kąтова;
$\nabla^2$	=	operator Laplace'a;
$\nabla_{\perp}^2$	=	$\nabla^2 - \partial^2/\partial z^2$ , poprzeczny operator Laplace'a;
$\nabla$	=	operator gradientu;
$\nabla \cdot$	=	operator dywergencji;
$\nabla \times$	=	operator wiru;
$\square^2$	=	$\nabla^2 - c_0^{-2}(\partial^2/\partial t^2)$ , operator d'Alemberta;

## 1. Wprowadzenie

### 1. 1. Znaczenie badań nieliniowej propagacji fal ultradźwiękowych w diagnostyce medycznej.

Fale ultradźwiękowe znalazły szerokie praktyczne zastosowanie w wielu dziedzinach nauki i techniki oraz stały się ważnym narzędziem zarówno w technice pomiarowej jak i diagnostycznej. W badaniach nieniszczących materiałów (defektoskopii) fale ultradźwiękowe są niezastąpione. Dostarczają one informacji o stanie zmęczenia badanych materiałów, pozwalają wykrywać ich defekty i przewidywać trwałość. Fale ultradźwiękowe znalazły również zastosowanie przy pomiarze własności mechanicznych (grubości, stałych sprężystości, naprężeń oraz ciśnień statycznych) ciał stałych.

Technika ultradźwiękowa powszechnie wykorzystywana jest także w diagnostyce medycznej. Ultrasonografy, których praca opiera się na impulsowej metodzie echa, umożliwiają obrazowanie narządów. Aparatura dopplerowska, wykorzystująca zjawisko Dopplera oraz możliwość wprowadzania fal ultradźwiękowych przez ściankę naczynia krwionośnego, pozwala na nieinwazyjny pomiar w nim prędkości przepływu krwi. Metody oparte na przepuszczaniu, odbiciu lub rozpraszaniu fal ultradźwiękowych, a następnie ich obróbce pozwalają także na charakteryzowanie struktury oraz ocenę własności (stężenia, gęstości, lepkości, odległości międzymolekularnej) cieczy oraz tkanek biologicznych. Do charakteryzowania stanu tkanek wykorzystywane są pomiary tłumienia fal ultradźwiękowych oraz jego zależności od częstotliwości, pomiary prędkości lub fazy, a także wstecznego rozpraszania.

Od szeregu lat w Zakładzie Ultradźwięków IPPT PAN prowadzone są systematyczne prace dotyczące badań zjawiska rozchodzenia się fal ultradźwiękowych w ośrodkach biologicznych pod kątem ich zastosowania do oceny stanu, struktury oraz własności tkanek. Do charakteryzowania własności kości (elastyczności, gęstości, mikrostruktury) w celu diagnozowania jej stanów chorobowych dotychczas wykorzystywano metodę transmisyjną, opartą na pomiarze prędkości propagacji fali ultradźwiękowej przepuszczanej przez kość oraz eksperymentalnym wyznaczeniu nachylenia krzywej zależności jej tłumienia od częstotliwości. W ostatnich latach opracowana została nowa, niskoczęstotliwościowa metoda, oparta na pomiarze tłumienia wstecznie rozproszonych impulsów ultradźwiękowych oraz jego częstotliwościowej zależności [Litniewski J. *et al.* 2000]. Do nieinwazyjnego pomiaru hematokrytu krwi przy wykorzystaniu wielobramkowej techniki dopplerowskiej została opracowana metoda oparta na pomiarze współczynnika tłumienia krwi [Secomski W. *et al.* 2003].

We wszystkich wyżej wymienionych zastosowaniach ultradźwiękowej techniki pomiarowej i diagnostycznej mamy do czynienia z falami o nieskończenie małej amplitudzie. W takich przypadkach amplituda wychylenia cząstek ośrodka wokół

położenia równowagi jest nieznaczna, a kształt rozchodzącej się fali akustycznej prawie nie odbiega od kształtu sinusoidalnego. Taki rodzaj propagacji nazywany jest propagacją liniową. Można ją opisać za pomocą liniowego równania falowego, którego rozwiązaniem szczególnym dla sinusoidalnej fali płaskiej jest równanie ruchu harmonicznego. Na rozkład przestrzenny pola w przypadku propagacji liniowej wpływają w zasadzie dwa czynniki: 1) stosunek długości generowanej fali do wymiarów powierzchni promieniującej, charakteryzowany wielkością iloczynu  $ka$  (gdzie  $k$  oznacza liczbę falową,  $a$  jest promieniem źródła) i decydujący o właściwościach kierunkowych źródła, oraz 2) absorpcja, zależna od właściwości ośrodka i częstotliwości rozchodzącej się fali akustycznej i decydująca o odległości jej rozprzestrzeniania.

Przy zwiększonych natężeniach impulsów fal ultradźwiękowych, generowanych w przypadku coraz wyższego poziomu pobudzania źródła, rozchodzenie się tych fal w ośrodkach rzeczywistych (nieliniowych i stratnych) staje się nieliniowe. Modele teoretyczne stosowane w przypadku propagacji liniowej przestają obowiązywać. Propagacja nieliniowa polega na coraz większym zniekształcaniu początkowo sinusoidalnej fali ultradźwiękowej o częstotliwości podstawowej (generowanej przez źródło do nieliniowego ośrodka tłumiącego) podczas jej rozchodzenia się w tym ośrodku. Zniekształcenie następuje na skutek samoistnej generacji w widmie propagującej się fali coraz większej liczby wyższych składowych harmonicznnych podstawowej częstotliwości. Proces ten ma charakter kumulacyjny, narastający z odległością. Nieliniowość ośrodka powoduje również szybszy wzrost amplitudy ciśnienia propagującej się fali w fazie sprężenia oraz wolniejszy - w fazie rozprężenia, osiągając w pewnej odległości od źródła nasycenie, amplituda którego może być kilkanaście razy większa od amplitudy fali generowanej przez źródło, a profil zaburzenia może być podobny do kształtu fali uderzeniowej. Wtedy widmo takiej fali może zawierać kilkadziesiąt składowych harmonicznnych, dla których ze wzrostem częstotliwości wzrasta absorpcja. To powoduje zmniejszenie stromości zbocza fali nasyconej, co w konsekwencji prowadzi do powrotu kształtu tej fali do pierwotnego sinusoidalnego kształtu w polu dalekim, jednak o znacznie mniejszej amplitudzie.

Miarę nieliniowości ośrodka stanowi jego parametr nieliniowości  $B/A$ . Parametr ten jest podstawową stałą materiałową, charakteryzującą nieliniowe własności ośrodka (zdolność generowania składowych harmonicznnych) i decydującą o stopniu zniekształcenia rozchodzącej się w nim fali ultradźwiękowej o dużym natężeniu. Na rozkład przestrzenny pola ciśnienia w przypadku propagacji nieliniowej wpływają nie tylko parametry geometryczne źródła, parametry jego pracy oraz liniowe i nieliniowe właściwości ośrodka, lecz przede wszystkim amplituda początkowego ciśnienia fali ultradźwiękowej na powierzchni promieniującej źródła.

Zjawisko nieliniowego rozchodzenia się fali ultradźwiękowej o skończonej amplitudzie (dużym natężeniu) w ośrodkach rzeczywistych jest intensywnie badane

w literaturze światowej ze względu na szerokie możliwości jego praktycznego wykorzystania, między innymi w diagnostyce medycznej, zarówno do wizualizacji harmonicznego tkanek jak i do charakteryzowania ich stanu, struktury i własności pod kątem oceny zmian patologicznych.

Technika wizualizacji harmonicznego tkanek THI (Tissue Harmonic Imaging), po raz pierwszy opisana przez Averkiou *et al.* [4] w 1997 roku, w której na obecnym etapie wykorzystuje się przede wszystkim wiązkę 2-giej harmonicznego, ostatnio coraz szerzej jest stosowana w praktyce klinicznej do diagnostycznych badań ultrasonograficznych. Wykorzystuje ona zjawisko samoistnej generacji wyższych składowych harmonicznego w widmie fali ultradźwiękowej o dużym natężeniu, rozchodzącej się w tkankach biologicznych, w celu uzyskania większej rozdzielczości ich obrazowania, zmniejszenia artefaktów i zwiększenia kontrastu uzyskiwanych ultrasonogramów. Większa rozdzielczość obrazowania osiągana jest dzięki mniejszym poprzecznym rozmiarom wiązki 2-giej harmonicznego w porównaniu z wiązką podstawowej (1-szej) składowej widmowej impulsu penetrującego badaną tkankę. W rezultacie technika THI zapewnia znacznie lepszą jakość obrazowania badanych organów, a co z tego wynika skuteczność stawianej diagnozy. Coraz szersze stosowanie techniki wizualizacji harmonicznego tkanek w diagnostycznych oraz terapeutycznych badaniach klinicznych zwiększa potrzebę i ważność prowadzenia dalszych badań nieliniowych własności ośrodków biologicznych. Technika THI opanowuje coraz to nowe dziedziny medycyny. Świadczą o tym artykuły o przeprowadzonych za pomocą tej techniki badaniach klinicznych, które zostały opublikowane w ostatnich latach. Na przykład, autorzy japońscy [Tanaka S. *et al.* 2000] w obszernych badaniach wykazali lepszą wykrywalność uszkodzeń ogniskowych wątroby powyższą metodą. Naukowcy niemieccy [Puls I. *et al.* 2000] stwierdzili polepszenie jakości obrazowania komórek mózgowych. Zwiększenie dokładności wyznaczania masy lewej komory serca przy zastosowaniu techniki THI wykazał zespół badaczy amerykańskich [Spratt J. S. *et al.* 2004].

Ilościowe badania zjawisk nieliniowych w ośrodkach biologicznych są bardzo ważne również ze względu na potrzebę wyznaczania ograniczeń dla producentów aparatury medycznej związanych z bezpieczeństwem pacjenta. Szybkie rozpowszechnianie stosowania ultradźwięków o coraz większym natężeniu do wizualizacji struktur biologicznych w diagnostycznej aparaturze medycznej spowodowało w ostatnich latach intensyfikację badań zjawisk nieliniowych w ośrodkach biologicznych w różnych laboratoriach na całym świecie. Wzrastające natężenia zogniskowanej wiązki, stosowanej w chirurgii oraz terapii ultradźwiękowej (hypertermia), wymagały wnikliwych badań struktury nieliniowej wiązki propagującej się w żywych komórkach biologicznych ze względu na możliwość pojawienia się przyrostów temperatury, zagrażających bezpieczeństwu zdrowia pacjenta [Wójcik J. *et al.* 1999], [Kujawska T. *et al.* 2004]. Tkanki biologiczne są ośrodkiem silnie tłumiącym, gdzie absorpcja wzrasta nie z kwadratem częstotli-

wości, jak to ma miejsce w przypadku cieczy, lecz z wykładnikiem częstotliwościowym, którego wartość znajduje się w zakresie  $1 \div 1.3$  [Duck F. 1990], co powoduje, że do generacji harmonicznych w silnie tłumiących tkankach niezbędny jest odpowiednio wysoki poziom pobudzania źródła. Zwiększenie liczby składowych harmonicznych podczas przenikania fali akustycznej o dużym natężeniu w głąb struktury biologicznej powoduje wzrost absorpcji wraz ze wzrostem ich częstotliwości, co z kolei może prowadzić, szczególnie w przypadku źródeł ogniskujących, do lokalnych przyrostów temperatury destrukcyjnie działających na zdrowe tkanki. Z tego powodu przez Amerykański Instytut Ultradźwięków w Medycynie (AIUM) zostały wprowadzone ograniczenia ODS (Output Display Standard) dla producentów diagnostycznej, terapeutycznej oraz chirurgicznej aparatury medycznej. Określono maksymalną wielkość ekspozycji pacjenta za pomocą takiej aparatury, która jest weryfikowana co kilka lat, poczynając od lat 70-ch i ma tendencję wzrostową. Dla diagnostycznej aparatury medycznej, stosowanej w praktyce klinicznej w latach 90-ch, maksymalna dozwolona ekspozycja w wodzie nie mogła przekraczać wartości ciśnienia fali w fazie sprężenia (peak-compression) równej 8.8 MPa oraz 4.3 MPa – w fazie rozprężenia (peak-rarefaction) [Ziskin M. C. i Lewin P. A. 1993]. Wartości te odpowiadają maksymalnej dozwolonej mocy akustycznej tej aparatury, równej 350 mW lub maksymalnemu w przestrzeni i uśrednionemu w czasie (Space Peak Time Average) natężeniu wiązki, które nie powinno przekraczać wartości  $I_{SPTA} = 440 \text{ mW/cm}^2$ . Pod koniec lat 90-ch maksymalna dozwolona moc akustyczna wynosiła 500 mW, a maksymalne natężenie  $I_{SPTA} = 720 \text{ mW/cm}^2$  [AIUM 1998].

Do oceny patologicznych zmian tkanek biologicznych można wykorzystać związek pomiędzy ich parametrem nieliniowości  $B/A$ , a strukturą molekularną lub innymi parametrami fizycznymi, takimi jak międzymolekularny potencjał, makrostruktura, zawartość frakcji wody. O związku pomiędzy parametrem nieliniowości  $B/A$  a strukturą molekularną ośrodka świadczy, między innymi, wpływ temperatury oraz koncentracji substancji rozpuszczonych w różnych roztworach na wartość ich parametru nieliniowości [Sarvazyan A. P. 1990]. O chorobowym stanie tkanki miękkiej świadczy procent zawartości w niej wody. Tkanki rakowe zwykle zawierają większą frakcję wody, niż zdrowe komórki. Na przykład, w zdrowej wątrobie frakcja wody wynosi około 76 %, tym czasem jak w zaatakowanej przez nowotwór około 90 % [Sehgal C. M. *et al.* 1984], co powoduje obniżenie wartości jej parametru nieliniowości. Dla większości ośrodków biologicznych wartość parametru nieliniowości  $B/A$  mieści się w zakresie od 5 do 11. Porównanie wartości  $B/A$  cieczy oraz tkanek biologicznych wyznaczonych przez różnych autorów za pomocą różnych metod pomiarowych pozwala stwierdzić, że zgodność otrzymanych wyników zależy od struktury i stanu badanego ośrodka. Im bardziej jednorodna jest struktura, tym mniejsza jest rozbieżność pomiędzy wartościami parametru nieliniowości mierzonymi za pomocą różnych metod. Uśrednione wartości  $B/A$

wyznaczone różnymi metodami różnią się od siebie w przybliżeniu o  $\pm 5\%$  dla cieczy, natomiast dla tkanek miękkich o około  $\pm 12\%$  [Law W. K., *et al.* 1983, 1985]. Porównanie między sobą takich samych tkanek pokazuje, że rozbieżność pomiędzy wartością ich parametru  $B/A$  maleje również w wyniku zwiększania stopnia ich jednorodności. Na przykład, uśrednione wartości  $B/A$ , wyznaczone metodą skończonej amplitudy oraz metodą termodynamiczną, dla całej wątroby różnią się między sobą o  $\pm 9\%$ , natomiast dla tłuszczu wieprzowego tylko o  $\pm 4\%$ , a dla homogenizowanej wątroby o  $\pm 5\%$ . Potwierdza to tezę, że za pomocą pomiaru parametru nieliniowości badanej tkanki można będzie oceniać patologiczne zmiany jej struktury.

Dotychczasowe osiągnięcia w wykorzystaniu zjawisk nieliniowych do wykrywania patologicznych zmian tkanek miękkich są niezadowalające. Istnieje duża potrzeba opracowania metody pomiarowej *in vivo*, która pozwoliłaby uzyskiwać dwuwymiarowe obrazy zmian wartości parametru nieliniowości  $B/A$  w poszczególnych warstwach badanych organów w celu wykrywania zmian patologicznych. Wymaga to skonstruowania skomplikowanego systemu podobnego do tomografu komputerowego pracującego w czasie rzeczywistym. Pierwsze obiecujące próby rozwiązania tego ważnego zagadnienia były podjęte przez grupę japońskich naukowców [Ichida N. *et al.* 1984].

Oczekiwania, że patologiczne zmiany tkanek można będzie lepiej wykrywać wykorzystując pomiar parametru ich nieliniowości uzasadniają również wyniki badań w ciałach stałych [43], które wykazały, że zmiany ich struktury w wyniku zmęczenia powodują silniejsze zmiany parametrów opisujących efekty nieliniowe (zdolności generacji harmonicznych) niż liniowe (prędkości propagacji).

Do realizacji tego zadania na początku potrzebne jest udoskonalenie metody pomiarowej *in vitro* pozwalającej wyznaczać wartość parametru nieliniowości  $B/A$  biologicznych cieczy i tkanek w oparciu o model matematyczny ściśle opisujący propagację fali ultradźwiękowej o skończonej amplitudzie w ośrodkach rzeczywistych (nieliniowych i dyspersyjnych).

Istniejący stan wiedzy w zakresie pomiarowych metod wyznaczania wartości  $B/A$  cieczy i tkanek biologicznych na podstawie badań nieliniowej propagacji w nich fal ultradźwiękowych o skończonej amplitudzie jest niewystarczający. Dokładność wyznaczania wartości parametru  $B/A$  zależy w znacznym stopniu od zgodności modelu teoretycznego opisującego propagację fali ultradźwiękowej w nieliniowym ośrodku tłumiącym z rzeczywistym przebiegiem tego zjawiska. Dotychczas stosowane metody wyznaczania wartości parametru  $B/A$  biologicznych cieczy lub tkanek opierały się na uproszczonych modelach matematycznych zakładających propagację fali płaskiej o skończonej amplitudzie w bezstratnej cieczy.

Chociaż teoretyczne oraz eksperymentalne podstawy nieliniowej akustyki zostały opracowane ponad dwieście pięćdziesiąt lat temu, kiedy Euler w roku 1755

wyprowadził nieliniowe równania ruchu, dopiero pod koniec ubiegłego stulecia badania zjawiska propagacji nieliniowej osiągnęły poziom, pozwalający wykorzystywać go w niektórych dziedzinach akustyki podwodnej [Bjørnø L. 1983]. Do tego czasu propagacja fali akustycznej w ośrodkach stratnych była modelowana matematycznie jako proces liniowy podczas którego zmiany gęstości, prędkości propagacji i temperatury w fazie sprężenia i rozprężenia fali ultradźwiękowej, propagującej się w tym ośrodku, zależą liniowo od powstających w nim zmian ciśnienia. Zakładano również, że absorpcja w ośrodku nie zależy od natężenia generowanej sinusoidalnej fali akustycznej [Dunn F. 1962]. W następnych latach wątpliwości dotyczące ważności założenia liniowości procesu propagacji fali akustycznej o wystarczająco dużym natężeniu w ośrodkach tłumiących zostały potwierdzone [Muir T. G. *et al.* 1980; Carstensen E. L. *et al.* 1980]. Również została udowodniona zależność absorpcji w ośrodkach tłumiących (na przykładzie tkanek biologicznych) od natężenia generowanej fali ultradźwiękowej [Goss S. A. i Fry J. 1981] na skutek samoistnej generacji wyższych składowych harmonicznym podstawowej częstotliwości w widmie propagującego się zaburzenia akustycznego, szczególnie w przypadku źródeł ogniskujących.

Pierwszą, pionierską pracą, opartą na eksperymentalnych badaniach nieliniowości wody oraz alkoholi etylowych, była praca Beyera [Beyer R.T. 1960]. Autor wyprowadził w niej zależność pozwalającą wyznaczać wartość parametru nieliniowości  $B/A$  na podstawie znajomości zmian prędkości propagacji fali akustycznej, spowodowanych zmianami ciśnienia oraz temperatury. Jednocześnie zaproponował następną metodę wyznaczania parametru  $B/A$ , opierającą się na jego zależności od amplitudy ciśnienia drugiej harmonicznej. Oba te podejścia teoretyczne dały początek stosowanego następnie podziału akustycznych metod wyznaczania parametru nieliniowości  $B/A$  cieczy lubi tkanek biologicznych na metody termodynamiczne oraz metody skończonej amplitudy. Jednak wszystkie te metody były obciążone błędami wynikającymi z uproszczeń stosowanych w przyjętym modelu matematycznym.

Poczynając od lat 80-ych rosnący poziom rozwoju technologicznego tworzył szanse na szersze zbadanie i lepsze zrozumienie zjawisk nieliniowych. Jednym ze wskaźników, potwierdzających rosnący poziom rozwoju w dziedzinach technologii, jest dostęp do hydrofonów o coraz szerszym paśmie przenoszenia częstotliwości oraz do coraz bardziej doskonałych technik ich kalibracji. Drugim wskaźnikiem, świadczącym o dokonywanym postępie technologicznym, jest dostęp do cyfrowych oscyloskopów o coraz większej szybkości przetwarzania danych, ułatwiających akwizycję próbkowanych, zniekształconych podczas nieliniowej propagacji, przebiegów czasowych ciśnienia impulsów fali akustycznej. Następną dziedzinę, w której dokonano ogromnego postępu, stanowi obróbka sygnałów. Stosowanie coraz bardziej skutecznych technik filtracji pozwala udoskonalać procedury eliminacji podstawowej składowej harmonicznej w impulsowej wiązce ultradźwię-

kowej, używanej zwykle do formowania obrazów w typowych ultrasonografach, za pomocą techniki wizualizacji harmonicznej tkanek (THI). Kolejną dziedziną o dokonanym dużym postępie w ostatnich latach jest technika komputerowa, zarówno hardware'owa jak i software'owa. Pozwala ona na coraz większy wzrost mocy obliczeniowej ogólnodostępnych komputerów osobistych PC, zapewniającej wykonalność skomplikowanych algorytmów numerycznych modelujących nieliniowe pole akustyczne, a także na kolorową grafikę oraz animację dynamiki zmian parametrów tego pola w przestrzeni i czasie. Do ostatniej dziedziny, w której dokonano niesamowitego przyspieszenia w rozwoju na przestrzeni ostatnich kilku lat, można zaliczyć dziedzinę numerycznych technik obliczeniowych do rozwiązywania równań falowych akustyki nieliniowej, pozwalających numerycznie modelować propagację fali akustycznej o skończonej amplitudzie w warstwowych ośrodkach rzeczywistych.

## 1. 2. Cel, zakres i układ pracy.

Celem naukowym niniejszej rozprawy jest przeprowadzenie badań zależności przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola, wytwarzanego przez płaskie okrągłe źródło akustyczne w ośrodkach biologicznych, od liniowych i nieliniowych własności tych ośrodków oraz właściwości generowanego impulsowego pola, a następnie, na podstawie ilościowej analizy wyników tych badań, opracowanie pomiarowej metody do wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  biologicznych cieczy lub tkanek, która nie będzie obciążona błędami, wynikającymi z dotychczas stosowanego uproszczonego modelu matematycznego, a w związku z tym zapewni lepszą dokładność. Autorka podejmuje się rozwiązania powyższego zadania w oparciu o model matematyczny ściśle opisujący zjawiska nieliniowe z uwzględnieniem wpływu na zniekształcenie fali ultradźwiękowej takich zjawisk jak dyfrakcja, absorpcja oraz nieliniowe wzajemne oddziaływania harmonicznych. Jedną z podstawowych przyczyn, nie pozwalających do niedawna na zbadanie wrażliwości przestrzenno-widmowej struktury nieliniowej wiązki, wytwarzanej przez źródło akustyczne w biologicznych ośrodkach, na zmiany ich nieliniowych własności i na zmiany parametrów geometrycznych oraz parametrów pracy źródła, był brak dostępu do numerycznych technik obliczeniowych umożliwiających numeryczne rozwiązanie równania falowego akustyki nieliniowej (gdyż ściśle rozwiązania analityczne nie istnieją).

W ostatnich latach w Zakładzie Ultradźwięków IPPT PAN na podstawie klasycznych równań akustyki nieliniowej opracowano oryginalny model matematyczny, opisujący 4D (trójwymiarowa przestrzeń + czas) propagację impulsu ciśnienia fali akustycznej o skończonej amplitudzie w nieliniowym ośrodku stratnym o absorpcji dowolnie zależnej od częstotliwości [Wójcik J. 1998]. Równania tego modelu rozwiązywane są numerycznie przy zastosowaniu techniki propagacji



naprzód małymi przyrostowymi krokami oraz techniki rozdzielania operatorów drugiego rzędu, za pomocą których uwzględniany jest wpływ na zniekształcenie fali akustycznej takich zjawisk jak dyfrakcja, absorpcja oraz nieliniowość ośrodka. Rozwiązanie numeryczne [Wójcik J. 2000] powyższego modelu matematycznego w postaci 3D (dwuwymiarowa przestrzeń + czas) kodu numerycznego dla źródeł osiowosymetrycznych, a także jego implementacja komputerowa w postaci 3D solvera numerycznego, umożliwiły autorce przewidywanie metodą symulacji numerycznych przestrzenno-czasowych oraz przestrzenno-widmowych rozkładów ciśnienia w nieliniowych wiązkach, wytwarzanych w ośrodkach rzeczywistych przez płaskie okrągłe źródła akustyczne.

Posiadanie 3D solvera numerycznego, umiejętność jego obsługi i modyfikacji w zależności od rozpatrywanych warunków brzegowych, stworzyły przesłanki skłaniające autorkę do podjęcia badań przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola, wytwarzanego przez płaskie okrągłe źródło akustyczne w ośrodkach biologicznych, w zależności od liniowych i nieliniowych własności tych ośrodków oraz od właściwości generowanego impulsowego pola, a następnie, na podstawie ilościowej analizy wyników przeprowadzonych badań, do opracowania nowej pomiarowej metody wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  biologicznych cieczy lub tkanek w oparciu o model numeryczny ściśle opisujący propagację impulsowej fali akustycznej o skończonej amplitudzie w ośrodku rzeczywistym z uwzględnieniem wpływu dyfrakcji, absorpcji oraz nieliniowych wzajemnych oddziaływań składowych harmonicznych na zniekształcenie tej fali podczas jej propagacji.

Możliwość wykorzystania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  badanej tkanki do wykrywania jej stanu patologicznego uzasadnia potrzebę podjęcia rozwiązania tego problemu. Znajomość wartości parametru nieliniowości ośrodka jest również niezbędna do modelowania nieliniowego pola metodą symulacji numerycznych w warstwowym strukturach biologicznych przy zakładaniu różnych parametrów warunków brzegowych w celu optymalizacji poprzecznych rozmiarów wiązek harmonicznych wykorzystywanych w technice THI. Dlatego również potrzeba racjonalizacji procesu projektowania głowic ultradźwiękowych za pomocą przewidywania zachowania się nieliniowej wiązki penetrującej warstwowe struktury tkankowe wymaga znajomości dokładnej wartości parametru  $B/A$ , co uzasadnia potrzebę podjęcia tematu udoskonalenia metody wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  biologicznych cieczy lub tkanek.

Rozwiązanie postawionego problemu pozwoli zweryfikować istniejący stan wiedzy w zakresie metod wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  biologicznych cieczy lub tkanek oraz wniesie oryginalny wkład do dorobku akustyki nieliniowej w świecie oraz w Polsce. W Polsce systematyczne prace poświęcone zagadnieniom rozchodzenia się fal sprężystych o dużym natężeniu w wodzie morskiej oraz wykorzystaniu efektów nieliniowych dla celów hydroakustyki są pro-

wadzone tylko w Akademii Marynarki Wojennej w Gdyni [Kozaczka E. *et al.* 1993; Kozaczka E. 2000; Grelowska G. 2001].

Metodyka badań, potrzebnych do rozwiązania postawionego zadania, opiera się na porównywaniu przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola, generowanego przez płaskie okrągłe źródło akustyczne do dwuwarstwowego układu ośrodków: woda – badana ciecz lub tkanka, przewidywanej metodą symulacji numerycznych dla różnych zakładanych wartości parametru nieliniowości  $B/A$  badanego ośrodka, z osiowymi rozkładami ciśnienia odpowiednich harmonicznym wyznaczonymi doświadczalnie dla takich samych parametrów warunków brzegowych.

Podstawę naukowego warsztatu autorki, potrzebnego do realizacji postawionego zadania, stanowi, między innymi, umiejętność obsługi oraz modyfikacji 3D solvera numerycznego w postaci użytkowego programu komputerowego, napisanego w języku maszynowym FORTRAN. Program ten przeznaczony jest do obliczania przestrzenno-czasowych oraz przestrzenno-widmowych rozkładów ciśnienia w nieliniowej wiązce generowanej do warstwowych ośrodków biologicznych przez osiowosymetryczne źródło akustyczne dla różnych parametrów warunków brzegowych. Parametry warunków brzegowych, będące wejściowymi parametrami 3D solvera numerycznego, występują w postaci kształtu, rozmiarów geometrycznych oraz częstotliwości drgań źródła, początkowej amplitudy ciśnienia oraz funkcji apodyzacji na jego powierzchni promieniującej, obwiedni oraz częstotliwości powtarzania sinusoidalnego impulsu fali akustycznej, generowanego do warstwowego układu ośrodków, a także liniowych i nieliniowych akustycznych parametrów charakteryzujących każdą warstwę, takich jak gęstość, prędkość propagacji, słabosygnałowy współczynnik absorpcji, wykładnik określający jego zależność od częstotliwości, a także parametr nieliniowości  $B/A$ .

Przeprowadzenie przez autorkę ilościowej analizy symulowanych numerycznie przestrzenno-czasowych oraz przestrzenno-widmowych rozkładów ciśnienia w nieliniowych wiązках dla różnych parametrów warunków brzegowych możliwe jest dzięki umiejętności obsługi oraz modyfikacji pakietu graficznego uruchamiającego wizualizację wyników obliczeń oraz wyników pomiarów w postaci wykresów rozkładów ciśnienia w wybranych punktach, osiach lub płaszczyznach badanego nieliniowego pola. Pakiet graficzny jest uruchamiany za pomocą użytkowego programu komputerowego Mathcad.

Następną umiejętnością, niezbędną do rozwiązania postawionego zadania, jest opanowana przez autorkę technika eksperymentalnych badań nieliniowych pól, wytwarzanych przez piezoelektryczne przetworniki nadawcze w wodzie za pomocą opracowanego specjalnie do tego celu i zbudowanego w Zakładzie Ultradźwięków IPPT PAN przy współudziale autorki oryginalnego stanowiska laboratoryjnego wyposażonego w nowoczesną aparaturę pomiarową, którego pracą steruje komputer. Oprócz tego realizacja postawionego zadania wykonalna jest dzięki opanowaniu przez autorkę techniki automatycznego wyodrębniania oraz graficznej wizualizacji

impulsów, rejestrowanych w punktach pomiarowych wybranej osi, z bazy danych zgromadzonych w pamięci komputera, występujących w postaci spróbkowanych czasowych przebiegów ciśnienia impulsów fali akustycznej rejestrowanych hydrofonom w węzłach przestrzennej siatki obejmującej badany obszar nieliniowego pola za pomocą oryginalnego programu komputerowego SPLITWAF, napisanego przez Lewandowskiego M. Ponadto umiejętność obsługi oryginalnego programu komputerowego HARMONICS (napisanego przez tego samego autora), dzięki któremu możliwa jest automatyczna obróbka spektralna metodą FFT impulsów, zarejestrowanych w każdym punkcie pomiarowym wybranej osi, jak również ogromne przyspieszenie wizualizacji graficznej rozkładów ciśnienia harmonicznego wzdłuż tej osi, pozwala zapewnić wykonalność tak czasochłonnej procedury w stosunkowo krótkim czasie.

Dzięki umiejętnościom, stanowiącym podstawę naukowego warsztatu autorki, powstała możliwość zbadania wrażliwości przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola na zmiany zakładanych w symulacjach numerycznych parametrów warunków brzegowych, a także możliwość weryfikacji wyników obliczeń z wynikami eksperymentalnymi. Wszystkie powyższe zagadnienia stały się przedmiotem badań niniejszej rozprawy.

Wśród prac poświęconych propagacji fal akustycznych o dużym natężeniu w rzeczywistych cieczach lub tkankach biologicznych, zarówno w piśmiennictwie krajowym jak i zagranicznym, nie ma publikacji, która w sposób systematyczny przedstawiałaby ilościową analizę wpływu parametrów geometrycznych źródła, parametrów jego pracy, a także liniowych i nieliniowych własności badanego ośrodka na formowanie nieliniowego pola.

Przedstawione w niniejszej pracy rozwiązania oparte są przede wszystkim na wynikach własnych badań autorki, zarówno obliczeniowych jak i doświadczalnych. Wyniki pomiarów w wodzie zostały wykorzystane do sprawdzenia poprawności i dokładności przewidywania przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola za pomocą 3D solvera numerycznego, a jednocześnie stanowiły weryfikację poprawności procedury kalibracji układu pomiarowego.

W teoretycznej części pracy (Rozdział 2) na początku autorka przedstawiła definicje oraz interpretację fizyczną parametru nieliniowości  $B/A$  cieczy oraz jego związek z nieliniowym współczynnikiem  $\beta$ , będącym wspólną miarą nieliniowości gazów, cieczy oraz izotropowych ciał stałych. Następnie autorka dokonała przeglądu istniejącego stanu wiedzy w zakresie akustycznych metod pomiarowych do wyznaczenia wartości parametru nieliniowości  $B/A$  biologicznych cieczy lub tkanek na podstawie stosowanych dotychczas do tego celu modeli matematycznych.

W Rozdziale 3 przedstawiono różne podejścia stosowane dotychczas do rozwiązania zagadnienia sprowadzenia układu 4-ch równań dynamiki lepkiej, przewodzącej ciepło cieczy w przybliżeniu drugiego rzędu do jednego nieliniowego równania falowego dla potencjału skalarnego. Oprócz tego omówiono sposoby

upraszczania tego równania, prowadzące do modelowych równań falowych akustyki nieliniowej stosowanych dotychczas do opisu propagacji fal akustycznych o skończonej amplitudzie w nieliniowych ośrodkach stratnych, takich jak równanie Westervelta, równanie Burgersa, czy równanie KZK.

W Rozdziale 4 przedstawiono metodę numerycznego rozwiązania równań przyjętego modelu matematycznego przy zastosowaniu metody posuwania fali akustycznej naprzód małymi przyrostowymi krokami oraz techniki rozdzielania operatorów drugiego rzędu, za pomocą których wpływ dyfrakcji wraz z absorpcją na zniekształcenie zaburzenia akustycznego w obrębie każdego przyrostowego kroku jest uwzględniany osobno od wpływu nieliniowych wzajemnych oddziaływań składowych harmonicznym. Następnie omówiono sposób wprowadzania parametrów warunków brzegowych, jako wejściowych parametrów 3D solvera numerycznego, niezbędnych do przeprowadzenia symulacji numerycznych przestrzenno-czasowych oraz przestrzenno-widmowych rozkładów ciśnienia w nieliniowej wiązce oraz wizualizacji graficznej obliczonych wyników. Rozpatrzono płaskie okrągłe źródła o różnej średnicy, częstotliwości oraz początkowej amplitudzie ciśnienia akustycznego na ich powierzchni. Posiadając tak efektywne czasowo narzędzie badawcze do szybkiego przewidywania widmowej struktury nieliniowego pola przeprowadzono szereg symulacji numerycznych przestrzenno-widmowych rozkładów ciśnienia w nieliniowych wiązkach wytwarzanych przez te źródła w wodzie (jako ośrodku odniesienia, którego liniowe i nieliniowe właściwości akustyczne są dobrze zbadane i opisane w literaturze) w celu weryfikacji wyników symulacji numerycznych z wynikami pomiarów. Dokonano również ilościowej analizy wpływu parametrów geometrycznych oraz parametrów pracy rozpatrywanych źródeł akustycznych na przestrzenno-widmową strukturę nieliniowego pola wytwarzanego w wodzie.

W Rozdziale 5 przedstawiono wyniki wykonanych pomiarów przestrzenno-czasowych oraz przestrzenno-widmowych rozkładów ciśnienia w wodzie dla takich samych jak w symulacjach numerycznych warunków brzegowych. Na podstawie porównania wyników eksperymentalnych w wodzie z wynikami obliczeniowymi, autorka wykazała poprawność stosowanego 3D kodu numerycznego oraz dużą dokładność przewidywania przestrzenno-widmowej struktury nieliniowej wiązki dla rozpatrywanych przypadków warunków brzegowych. Ilościowa analiza wpływu rozmiarów i częstotliwości źródła akustycznego, a także amplitudy ciśnienia pierwotnego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej na przestrzenno-widmową strukturę nieliniowej wiązki wytwarzanej w wodzie stanowi oryginalny wkład do istniejącego stanu wiedzy.

Modyfikacja kodu numerycznego (Rozdział 6), polegająca na rozszerzeniu opisu nieliniowej propagacji impulsu fali akustycznej na ośrodki warstwowe, umożliwiła autorce przeprowadzenie metodą symulacji numerycznych badań nieliniowych pól akustycznych wytwarzanych w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badana biologiczna ciecz lub tkanka oraz badań wpływu parametrów

warunków brzegowych na ilościową zawartość w tych polach wiązek harmoniczych. Ilościowa analiza otrzymanych wyników obliczeniowych pozwoliła na zbadanie wrażliwości przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola na zmianę liniowych oraz nieliniowych parametrów warunków brzegowych, a także pozwoliła na opracowanie nowej metody pomiarowej do wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  badanej biologicznej cieczy lub tkanki z lepszą dokładnością. W zaproponowanej metodzie sinusoidalny impuls fali akustycznej o skończonej amplitudzie generowany jest do dwuwarstwowego układu ośrodków, składającego się z warstwy wody (jako ośrodka odniesienia o znanej wartości jego parametru nieliniowości  $(B/A)_w$ ) oraz z warstwy badanej biologicznej cieczy lub tkanki o poszukiwanej wartości parametru  $(B/A)_x$ . Dotychczasowe metody skończonej amplitudy, obarczone błędami wynikającymi ze stosowania uproszczonych modeli matematycznych, są oparte na dyskretnym pomiarze ciśnienia 2-giej harmonicznego impulsu fali akustycznej po jego przejściu przez badany ośrodek o dowolnej grubości. W odróżnieniu od dotychczas stosowanych metod opracowana nowa metoda opiera się na doświadczalnym wyznaczeniu osiowych rozkładów stosunku ciśnienia 1-szej oraz 2-giej harmonicznego impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w samej wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków o takiej samej grubości (komponowanym w specjalny sposób), zawierającym warstwę wody o stałej grubości, wyznaczonej metodą symulacji numerycznej, oraz warstwę badanego materiału o dowolnej grubości, a następnie na porównywaniu wyników pomiarów z osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia odpowiednich harmoniczych, wyznaczonymi metodą symulacji numerycznych dla różnych zakładanych wartości parametru nieliniowości badanego materiału, pozostawiając pozostałe parametry warunków brzegowych takimi samymi jak w eksperymencie. W ten sposób uwzględniany jest wpływ wzajemnego oddziaływania składowych harmoniczych na zniekształcenie rozchodzącego się impulsu fali akustycznej.

W Rozdziale 7 przedstawiono wyniki pomiarów w dwuwarstwowym układzie jednorodnych ośrodków: woda – badana standardowa ciecz (olej kukurydziany, glikol etylenowy, gliceryna) lub tkanka miękka (homogenizowana wątroba wieprzowa oraz homogenizowana masa sojowa tofu, imitująca tkankę miękka), których porównanie z wynikami symulacji numerycznych dla takich samych warunków brzegowych pozwoliło zweryfikować poprawność oraz dokładność przewidywania przestrzenno-widmowe struktury nieliniowego pola za pomocą 3D solvera numerycznego.

W Rozdziale 8 przedstawiono osiągnięcia, uzyskane dzięki przeprowadzonym badaniom, znaczenie otrzymanych wyników badań dla rozwoju ultrasonografii medycznej i diagnostyki patologicznego stanu tkanek, a także wnioski.

## 2. Parametr nieliniowości $B/A$ .

### 2.1. Wprowadzenie

Nieliniowość ośrodka wpływa na przebieg procesu rozchodzenia się w nim sinusoidalnej fali akustycznej o skończonej amplitudzie, decydując o stopniu jej zniekształcania podczas propagacji. Elementem wymuszającym rozchodzenie się zaburzenia w ośrodku jest drgająca powierzchnia źródła akustycznego. Gdy amplituda drgań tej powierzchni, a następnie amplituda drgań cząstek ośrodka jest na tyle duża, że chwilowe zmiany ciśnienia i gęstości w ośrodku wykraczają poza liniową część charakterystyki termodynamicznej: ciśnienie – gęstość, mamy do czynienia z propagacją nieliniową, która polega na zróżnicowaniu prędkości fazowej rozchodzącej się fali, wskutek czego ulega ona stopniowemu zniekształceniu. Zniekształcanie sinusoidalnej fali akustycznej o skończonej amplitudzie w miarę oddalania się od źródła spowodowane jest samoistną generacją coraz to wyższych składowych harmonicznych w jej widmie, powstających na skutek przekazywania energii fali pierwotnej o częstotliwości podstawowej do fal wtórnych o częstotliwościach równych częstotliwościom wyższych składowych harmonicznych.

### 2.2. Definicje

Powszechnie używaną w dziedzinie akustyki nieliniowej stałą materiałową charakteryzującą nieliniowe właściwości ośrodka jest jego parametr nieliniowości  $B/A$ . Definicja tego parametru dla cieczy pochodzi z rozwinięcia w szereg Taylora równania stanu opisującego zmiany ciśnienia w funkcji zmian gęstości ośrodka ciekłego, w którym propaguje się fala akustyczna o skończonej amplitudzie, przy założeniu, że powstający w tym procesie ruch cieczy jest przemianą termodynamiczną, odwracalną i adiabatyczną oraz nie powoduje zmian składu chemicznego ośrodka. Wielkość parametru  $B/A$  jest proporcjonalna do ilorazu współczynników przy członie kwadratowym i liniowym w szeregu Taylora. Określa ona dominujący wpływ amplitudy ciśnienia na powierzchni źródła na zróżnicowanie prędkości fazowej fali akustycznej propagującej się w dowolnej cieczy. Wpływ początkowego ciśnienia rozchodzącej się w cieczy płaskiej fali akustycznej na jej prędkość w fazie sprężenia oraz rozprężenia ujawnia się poprzez nieliniowy współczynnik  $\beta = 1 + B/2A$  lub parametr nieliniowości  $B/A$ .

Parametr nieliniowości  $B/A$  drugiego rzędu jest definiowany na podstawie rozwinięcia równania stanu  $P = P(\rho, s)$  dla bezstratnej cieczy wzdłuż izentropy  $s = s_0$  w szereg Taylora i sprowadza się do postaci:

$$P - P_0 = \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{s,0} (\rho - \rho_0) + \frac{1}{2!} \left( \frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_{s,0} (\rho - \rho_0)^2 + \frac{1}{3!} \left( \frac{\partial^3 P}{\partial \rho^3} \right)_{s,0} (\rho - \rho_0)^3 + \dots, \quad (2.1)$$

gdzie  $P$  jest chwilowym ciśnieniem, a  $\rho$  – chwilową gęstością zaburzonego ośrodka,  $P_0$  i  $\rho_0$  są odpowiednio ciśnieniem i gęstością ośrodka nie zaburzonego,  $s$  jest właściwą entropią. Indeksy  $s$  oraz  $0$  oznaczają, że pochodne cząstkowe  $(\partial P / \partial \rho)_s$ ,  $(\partial^2 P / \partial \rho^2)_s$  itd. w równaniu (2.1) są wyznaczane dla nie zaburzonego stanu ośrodka oraz dla stałej entropii  $(\rho_0, s_0)$ . Równanie (2.1) można przepisać w bardziej zwartej postaci w następujący sposób:

$$p = A \left( \frac{\rho'}{\rho_0} \right) + \frac{B}{2!} \left( \frac{\rho'}{\rho_0} \right)^2 + \frac{C}{3!} \left( \frac{\rho'}{\rho_0} \right)^3 + \dots \quad (2.2)$$

gdzie  $p = P - P_0$  jest przyrostem ciśnienia, a  $\rho' = \rho - \rho_0$  przyrostem gęstości w ośrodku, spowodowanymi akustycznym zaburzeniem

$$A = \rho_0 \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{s,0} \equiv \rho_0 c_0^2, \quad (2.3)$$

$$B = \rho_0^2 \left( \frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_{s,0}, \quad (2.4)$$

$$C = \rho_0^3 \left( \frac{\partial^3 P}{\partial \rho^3} \right)_{s,0}. \quad (2.5)$$

Równanie (2.3) definiuje izentropową słabosygnałową prędkość dźwięku  $c_0$  w cieczy dla stałej entropii (bez uwzględnienia jej zmian spowodowanych przewodnictwem cieplnym). Wyznaczenie wartości parametru nieliniowości  $B/A$ , zdefiniowanego na podstawie zależności (2.3) i (2.4) jako iloraz

$$\frac{B}{A} = \frac{\rho_0}{c_0^2} \left( \frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_{s,0} \quad (2.6)$$

wymaga pomiaru zmiany ciśnienia wywołanej adiabaticzną zmianą gęstości, co jest zadaniem trudnym do wykonania w praktyce ze względu na małą ściślność cieczy. Dlatego niezbędne były alternatywne, wygodniejsze do celów pomiarowych definicje parametru  $B/A$ , które przedstawił R. T. Beyer [Beyer R.T. 1960; 1984, 1997]. Pierwszą z nich otrzymał on stosując zależność  $c^2 = (\partial P / \partial \rho)_s$ , wtedy  $(\partial^2 P / \partial \rho^2)_s = (\partial c^2 / \partial \rho)_s = 2c^3 (\partial c / \partial P)_s$ . Podstawiając powyższe wyrażenie do wzoru (2.6) otrzymujemy:

$$\frac{B}{A} = 2\rho_0 c_0 \left( \frac{\partial c}{\partial P} \right)_{s,0}. \quad (2.7)$$

Do wyznaczenia wartości parametru nieliniowości  $B/A$  cieczy na podstawie wzoru (2.7) potrzebny jest pomiar zmiany prędkości fali akustycznej spowodowanej zmianą ciśnienia cieczy przy stałej gęstości. Podobnie dla ciał stałych na podstawie zależności prędkości fali akustycznej od naprężenia materiału wyznaczane są stałe sprężystości trzeciego rzędu, których wartości charakteryzują stopień nieliniowości ośrodka (wielkość odstępstwa od liniowej zależności: naprężenie – odkształcenie, czyli odstępstwa od prawa Hooke'a).

Ciśnienie musi zmieniać się wystarczająco łagodnie i szybko, żeby pozostały spełnione warunki przemiany izentropowej. W przypadku rozchodzenia się fal akustycznych w cieczech ten warunek jest spełniony. Druga, alternatywna do równania (2.6) postać definicji parametru nieliniowości  $B/A$  wynika z rozwinięcia pochodnej cząstkowej w równaniu (2.7) do postaci:

$$\left( \frac{\partial c}{\partial P} \right)_s = \left( \frac{\partial c}{\partial P} \right)_T + \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_s \left( \frac{\partial c}{\partial T} \right)_P, \quad (2.8)$$

gdzie  $T$  jest temperaturą. Zapisując następnie pochodną  $(\partial T / \partial P)_s$  w postaci:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_s = \left( \frac{\partial \rho^{-1}}{\partial s} \right)_P = \frac{\left( \frac{\partial \rho^{-1}}{\partial T} \right)_P}{\left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_P}, \quad (2.9)$$

gdzie  $\rho^{-1}$  jest objętością właściwą, oraz wprowadzając standardowe definicje stałych termodynamicznych uzyskujemy:

$$\frac{B}{A} = 2\rho_0 c_0 \left( \frac{\partial c}{\partial P} \right)_{s,0} = 2\rho_0 c_0 \left( \frac{\partial c}{\partial P} \right)_{T,0} + \frac{2\alpha_T c_0 T_0}{C_P} \left( \frac{\partial c}{\partial T} \right)_{P,0} \equiv \left( \frac{B}{A} \right)_1 + \left( \frac{B}{A} \right)_2, \quad (2.10)$$

gdzie  $\alpha_T = \rho_0 (\partial \rho^{-1} / \partial T)_{P,0}$  jest objętościowym współczynnikiem rozszerzalności cieplnej,  $C_P$  oznacza ciepło właściwe dla stałego ciśnienia.

Alternatywną postać nieliniowości trzeciego rzędu, zdefiniowaną jako ilorzaz współczynników  $C/A$ , wprowadził Coppens [Coppens A. B. *et al.* 1965]:



$$\frac{C}{A} = \frac{3}{2} \left( \frac{B}{A} \right)^2 + 2 \rho_0^2 c_0^3 \left( \frac{\partial^2 c}{\partial P^2} \right)_{s,0}. \quad (2.11)$$

W zagadnieniach akustyki nieliniowej cieczy jest ona rozpatrywana niezwykle rzadko ze względu na mały wpływ na zjawiska nieliniowe. Dlatego w rozważaniach dotyczących opisu propagacji fali akustycznej o skończonej amplitudzie za pomocą rozwinięcia równania stanu dla bezstratnej cieczy w szereg Taylora, nieliniowe człony powyżej drugiego rzędu małości są odrzucane. Wystarczy uwzględnić jedynie liniowy oraz kwadratowy człon szeregu (2.2), żeby w przybliżeniu drugiego rzędu obliczyć wpływ nieliniowych własności ośrodka na rozchodzenie się w nim fali sprężystej o dużym natężeniu.

Biorąc pod uwagę powyższe zależności i porównując każdy człon równania (2.2) z odpowiednim członem rozwinięcia wzdłuż izentropy równania stanu dla idealnego gazu:

$$\begin{aligned} \frac{P}{P_0} &= \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma = \left( 1 + \frac{\rho'}{\rho_0} \right)^\gamma = \\ &= 1 + \gamma \left( \frac{\rho'}{\rho_0} \right) + \frac{\gamma}{2!} (\gamma-1) \left( \frac{\rho'}{\rho_0} \right)^2 + \frac{\gamma}{3!} (\gamma-1)(\gamma-2) \left( \frac{\rho'}{\rho_0} \right)^3 + \dots \end{aligned}, \quad (2.12)$$

dla którego każdy współczynnik jest dokładnie znany ( $\gamma = C_p / C_v$  jest wykładnikiem adiabaty, wyznaczanym jako stosunek wartości ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości), otrzymamy:

$$c_0^2 = \gamma \frac{P_0}{\rho_0}, \quad B/A = \gamma - 1, \quad C/A = (\gamma - 1)(\gamma - 2). \quad (2.13)$$

Stąd wynika, że przy opisywaniu propagacji płaskiej fali akustycznej o skończonej amplitudzie za pomocą równania stanu dla bezstratnej cieczy można stosować prostą regułę zamieniając współczynnik  $\gamma$  dla idealnego gazu współczynnikami  $(1 + B/A)$  dla dowolnej cieczy, a także korzystać z postaci równania zawierającej jedynie człony liniowy i kwadratowy:

$$p \cong A \left( \frac{\rho'}{\rho_0} \right) + \frac{B}{2} \left( \frac{\rho'}{\rho_0} \right)^2. \quad (2.14)$$

Istnieje także ścisła zależność pomiędzy parametrem nieliniowości  $B/A$  a strukturą molekularną niektórych cieczy, którą przedstawiono w pracach [Endo H. 1982, 1984; Sharma B. K. 1983]:

$$\frac{B}{A} = 2\gamma K_2 + 2K_1(\gamma - 1), \quad (2.15)$$

gdzie  $K_2 = 1/\alpha_p (\partial \ln c / \partial T)_p$  oraz  $K_1 = 1/\beta_T (\partial \ln c / \partial P)_T$  są odpowiednio stałą Carnevale'a i Litovitz'a oraz stałą Rao, wyrażającymi związek pochodnych cząstkowych prędkości fali akustycznej i gęstości cieczy względem temperatury i ciśnienia przy odpowiednio stałym ciśnieniu oraz stałej temperaturze,  $\alpha_p$  jest objętościowym współczynnikiem rozszerzalności ciśnieniowej,  $\beta_T$  oznacza współczynnik ściśliwości izotermicznej.

W przypadku izotropowych ciał stałych nieliniowy współczynnik dla fal podłużnych został zdefiniowany przez Goldberga [Goldberg Z. A. 1961], poszukującego opisu propagacji fali akustycznej w nieliniowym ciele stałym w takiej samej formie jak dla cieczy, i występuje w postaci:

$$\beta = -\left( \frac{3}{2} + \frac{\mathcal{A} + 3\mathcal{B} + C}{\rho_0 c_i^2} \right), \quad (2.16)$$

gdzie  $c_i$  oznacza słabosygnałową prędkość fali podłużnej,  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  oraz  $C$  są stałymi sprężystości trzeciego rzędu, które zdefiniowali Landau L. D. i Lifshitz E. M. [1987]. Dla cieczy  $\mathcal{A} = 0$ ,  $\mathcal{B} = -A$  oraz  $C = (A - B)/2$ , gdzie  $\mathcal{A} = \rho_0 c_i^2$ . Wtedy równanie (2.16) zgodnie z [Kostek S. *et al.* 1993] redukuje się do postaci  $\beta = 1 + B/2A$ .

### 2. 3. Interpretacja fizyczna $B/A$ .

Parametr nieliniowości  $B/A$  cieczy jest bardzo ważnym parametrem w akustyce z powodu jego związku z prędkością propagacji fali dźwiękowej. Wykorzystując zależność  $c^2 = (\partial P / \partial \rho)_s$  oraz podstawiając ją do równania (2.2) otrzymujemy:

$$\frac{c^2}{c_0^2} = 1 + \frac{B}{A} \left( \frac{\rho'}{\rho_0} \right) + \frac{C}{2A} \left( \frac{\rho'}{\rho_0} \right)^2 + \dots \quad (2.17)$$

Wyciągając pierwiastek kwadratowy oraz stosując dwumianowe rozwinięcie mamy:

$$\frac{c}{c_0} = 1 + \frac{B}{2A} \left( \frac{\rho'}{\rho_0} \right) + \frac{1}{4} \left[ \frac{C}{A} - \frac{1}{2} \left( \frac{B}{A} \right)^2 \right] \left( \frac{\rho'}{\rho_0} \right)^2 + \dots \quad (2.18)$$

Z równania (2.18) wynika, że parametr nieliniowości  $B/A$  cieczy wprowadza do słabosygnałowej prędkości propagacji  $c_0$  poprawkę, która może być znacząca dla fali o skończonej amplitudzie. Przy rozpatrywaniu zagadnień nieliniowej propagacji płaskiej fali akustycznej o skończonej amplitudzie w bezstratnych cieczach przyrosty ciśnienia akustycznego  $p$  i gęstości  $\rho'$  są małe w porównaniu z ciśnieniem  $P_0$  i gęstością  $\rho_0$  ośrodka nie zaburzonego, a prędkość akustyczna  $u$  cząstki materialnej ośrodka jest mała w porównaniu z prędkością propagacji  $c_0$  fali akustycznej o nieskończonej amplitudzie. Dla progresywnej (rozchodzącej się naprzód, w kierunku dodatnim osi  $z$ ) fali płaskiej można podstawić liniową zależność  $\rho'/\rho_0 = u/c_0$  do drugiego członu prawej strony równania (2.18), wtedy, odrzucając człony wyższego rzędu małości, otrzymujemy:

$$c = c_0 + (B/2A)u. \quad (2.19)$$

Równanie (2.19) dla cieczy przy uwzględnieniu zależności (2.13) jest zgodne z równaniem  $c = c_0 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)u$  dla adiabatycznego gazu. Oprócz tego prędkość rozchodzącej się w kierunku dodatnim osi  $z$  płaskiej fali akustycznej o skończonej amplitudzie w adiabatycznym gazie ma postać:

$$\left. \frac{dz}{dt} \right|_u = c_0 + \beta u, \quad \beta = 1 + B/2A = (\gamma + 1)/2, \quad (2.20)$$

gdzie  $\beta$  oznacza nieliniowy współczynnik, za pomocą którego nieliniowa propagacja fali akustycznej w cieczy opisywana jest wzorami o takiej samej formie jak w ośrodku gazowym.

W przypadku sinusoidalnej fali płaskiej na powierzchni źródła, tzw. odległość powstawania szoku jest równa:

$$\bar{z} = \frac{1}{\beta \varepsilon k}, \quad (2.21)$$

gdzie  $\varepsilon = u_0/c_0$ ,  $u_0$  jest prędkością akustyczną na powierzchni źródła,  $k$  oznacza odpowiednią liczbę falową. Stąd wniosek, że parametr nieliniowości  $B/A$  jest miarą akustycznej nieliniowości cieczy.

#### 2. 4. Metody wyznaczania wartości $B/A$ – istniejący stan wiedzy.

Spośród opracowanych dotychczas metod wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  cieczy nie każda może być zastosowana do wyznaczania war-

tości  $B/A$  tkanek biologicznych, będących ośrodkiem niejednorodnym. Jednak żadna z opisanych w literaturze metod nie pozwala wyznaczyć wartości  $B/A$  z dokładnością lepszą niż  $\pm 5\%$  dla cieczy oraz  $\pm 10\%$  dla tkanek biologicznych [42].

#### 2. 4. 1. Metoda skończonej amplitudy.

Na przestrzeni ostatnich 25 lat model teoretyczny, będący podstawą metody skończonej amplitudy, był stopniowo modyfikowany w celu udoskonalenia opisu matematycznego zjawisk nieliniowych (zbliżenia go do opisu rzeczywistego przebiegu zjawiska propagacji fali akustycznej o skończonej amplitudzie w nieliniowych cieczach stratnych), a w konsekwencji zwiększenia dokładności wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$ .

Pierwotnie metoda skończonej amplitudy została opracowana w oparciu o rozwiązanie Bessela-Fubini'ego [Fubini G. E. 1935] w postaci szeregu Fouriera dla podstawowych równań opisujących propagację płaskiej fali sinusoidalnej o skończonej amplitudzie w bezstratnej cieczy. Zgodnie z tym rozwiązaniem amplituda  $p_2$  ciśnienia 2-giej składowej harmonicznej fali akustycznej rozchodzącej się w cieczy w funkcji jej bezwymiarowej odległości  $\sigma = z/\bar{z}$  od źródła może być obliczona za pomocą prostego równania:

$$p_2 = p_0 \frac{J_n(2\sigma)}{\sigma}, \quad (2.22)$$

gdzie  $p_0$  oznacza średnie ciśnienie na powierzchni promieniującej źródła, natomiast  $\bar{z}$  jest odległością powstawania szoku lub odległością utraty ciągłości, która związana jest z parametrem nieliniowości  $B/A$  zależnością (2.21), stąd mamy

$$\bar{z} = \frac{\rho_0 c_0^3}{\pi f p_0 (2 + B/A)}, \quad (2.23)$$

gdzie  $f$  jest częstotliwością drgań źródła. Rozwijając funkcję Bessela  $J_n(2\sigma)$  w równaniu (2.22) w szereg potęgowy i pozostawiając tylko pierwszy oraz drugi człon tego szeregu, wzór na amplitudę  $p_2$  ciśnienia 2-giej harmonicznej fali w funkcji jej odległości  $z$  od źródła promieniowania przyjmuje postać:

$$\left[ \frac{p_2(z)}{z p_0^2} \right]_{z p_0^2 \rightarrow 0} = \frac{(2 + B/A)\pi f}{2 \rho_0 c_0^3}. \quad (2.24)$$

Korzystając z równania (2.24) wartość parametru nieliniowości  $B/A$  wyznaczano metodą pomiaru ciśnienia  $p_2$  2-giej składowej harmonicznej fali akustycznej rozchodzącej się w badanym ośrodku w zależności od jej odległości  $z$  od źródła, a następnie ekstrapolacji do tyłu do płaszczyzny źródła ( $z=0$ ) wykresu stosunku

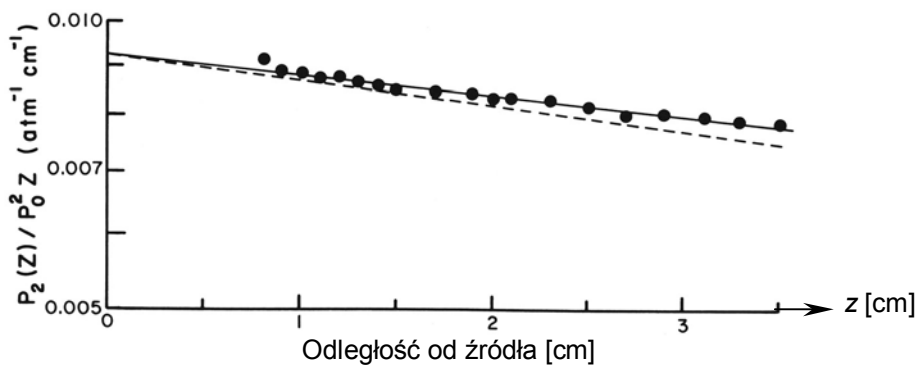
$p_2(z)/(z p_0^2)$  w funkcji odległości  $z$ . Zastosowana w tym modelu matematycznym aproksymacja drugiego rzędu jest wystarczająco dokładna tylko w pobliżu źródła (dla  $\sigma < 0.25$ ) [Law W. K. *et al.* 1981], ponieważ podstawę przekształceń do wyprowadzenia równania (2.24) stanowi szereg przybliżeń, a mianowicie, że propagująca się fala jest płaska oraz że zjawiska dyfrakcyjne i straty dysypacyjne w ośrodku nie mają wpływu na zniekształcenie fali. To ostatnie założenie jest najbardziej krytyczne, ogranicza więc stosowalność równania (2.24) do wyznaczania wartości  $B/A$  biologicznych cieczy lub tkanek z powodu dużych rzeczywistych strat energii w ośrodkach biologicznych. Model teoretyczny oparty na równaniu (2.24) po raz pierwszy został zastosowany przez Adlera [Adler L. i Hiedemann E. A. 1962] do wyznaczania wartości  $B/A$  wody oraz  $m$ -ksylenu. Wyznaczona wówczas wartość  $B/A$  wody wyniosła  $6.2 \pm 0.6$ , natomiast  $m$ -ksylenu  $9.6 \pm 1$ .

Uproszczony model teoretyczny uwzględniający wpływ absorpcji na propagację płaskiej fali akustycznej o skończonej amplitudzie w nieliniowej cieczy zaproponował Dunn [Dunn F. *et al.* 1981] zakładając, że tłumienie absorpcyjne amplitudy ciśnienia podstawowej (1-szej) składowej widmowej oraz 2-giej harmonicznej nie zależą wzajemnie od siebie, a także, że szybkość zmiany amplitudy 2-giej harmonicznej w funkcji odległości  $z$  od źródła zależy od sumy zmian spowodowanych osobno nieliniową generacją 2-giej harmonicznej, osobno jej tłumieniem. Po zastosowaniu tych założeń wyprowadzone równanie uwzględniające wpływ absorpcji ośrodka na propagację w nim akustycznej fali płaskiej o skończonej amplitudzie miało postać:

$$\left[ \frac{p_2(z)}{z p_0^2} \right]_{z p_0^2 \rightarrow 0} = \frac{(2 + B/A) \pi f}{2 \rho_0 c_0^3} \exp[-(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2})z], \quad (2.25)$$

gdzie  $\alpha_1$  oraz  $\alpha_2$  są słabosygnałowymi współczynnikami absorpcji odpowiednio dla 1-szej oraz dla 2-giej harmonicznej. Wyznaczone za pomocą równania (2.24) wartości parametru nieliniowości  $B/A$  dla destylowanej wody oraz niektórych roztworów biologicznych i tkanek miękkich były opublikowane w literaturze na początku lat 80-tych [Law W. K. *et al.* 1983; Dunn F. *et al.* 1984]. Metoda skończonej amplitudy, opracowana przez zespół Dunna w oparciu o równanie (2.25), polegała na zastosowaniu w charakterze źródła oraz odbiornika dwóch płaskich kołowych przetworników piezoelektrycznych umieszczonych współosiowo i odsuwanych od siebie krokowo w zakresie odległości  $z$  wynikającym z warunku  $\sigma < 0.25$ , zapewniającego wystarczającą dokładność przybliżonego równania (2.25) przy stosowanych założeniach. Odległość pomiędzy źródłem a odbiornikiem zwiększano zazwyczaj w zakresie od kilku milimetrów do kilku centymetrów. Obszar pomiędzy powierzchniami przetworników był wypełniony badanym ośrodkiem. Metodologia wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  badanego

ośrodka polegała na wykonaniu kolejno następujących czynności: 1) pomiaru amplitudy  $p_2(z)$  ciśnienia 2-giej składowej harmoniczej fali akustycznej, rejestrowanej odbiornikiem, w funkcji odległości  $z$  od źródła, 2) ekstrapolacji wstecz do płaszczyzny źródła ( $z = 0$ ) wykresu stosunku  $p_2(z)/(z p_0^2)$  w funkcji  $z$ , 3) podstawieniu wartości odciętej do równania (2.25) oraz 4) wyznaczeniu wartości  $B/A$ . Porównanie wykresu zmierzonego stosunku  $p_2(z)/(z p_0^2)$  w funkcji odległości  $z$  od źródła ze stosunkiem obliczonym (podstawiając do równania (2.25) znane z literatury wartości stałych, wchodzących w jego skład, oraz wartość  $B/A$ , wynikającą z ekstrapolacji wyznaczonego doświadczalnie wykresu) na przykładzie destylowanej odgazowanej wody [Law W. K. *et al.* 1985] przedstawiono na Rys. 2.1.



Rys. 2. 1. Porównanie stosunku zmierzonych ciśnień  $p_2(z)/(z p_0^2)$  (punkty) w funkcji odległości  $z$  od źródła ze stosunkiem obliczonym (linia przerywana) dla destylowanej odgazowanej wody przy założeniu wartości jej parametru nieliniowości  $(B/A)_w = 5.3$ , wynikającej z ekstrapolacji (linia ciągła) wstecz do płaszczyzny  $z = 0$ .

Z powodu małej odległości pomiędzy źródłem a odbiornikiem można było spodziewać się wpływu efektów dyfrakcji oraz znoszenia się faz na powierzchni odbiornika [Bass R. 1958; Ingenito F. i Williams A. Jr. 1971; Tjøtta J. N. i Tjøtta S. 1980] na wyniki pomiarów. W pracy [Law W. K. *et al.* 1985] przedstawiono wyniki badań wpływu tych dwóch zjawisk na dokładność wyznaczania wartości  $B/A$  dla wybranych ośrodków oraz wyciągnięto wnioski o konieczności wprowadzenia członów korekcyjnych do równania (2.25) w celu uwzględnienia tych zjawisk.

Do wzoru (2.25) wprowadzono człon korekcyjny wyprowadzony przez Ingenito i Williams'a i uwzględniający wpływ zjawiska dyfrakcji na zniekształcenie fali akustycznej o skończonej amplitudzie, generowanej przez płaskie źródło kołowe do nieliniowego ośrodka tłumiącego. Stwierdzono, że dokładność równania (2.25)

w takim przypadku powinna znajdować się w granicach  $\pm 2\%$  pod warunkiem, że  $|\alpha_2 - 2\alpha_1|z < 0.5$ .

Podstawowymi źródłami błędów stosowanej przez różnych autorów w latach 80-ch pomiarowej metody skończonej amplitudy, opartej na równaniu (2.25), były niedokładności pomiarowe wynikające z procedury kalibracji nadajnika i odbiornika. W metodzie stosowanej przez zespół Law przetwornik nadawczy o średnicy 1.27 cm był pobudzany impulsami o częstotliwości 3.44 MHz i czasie trwania 5  $\mu$ s (w celu aproksymacji fali ciągłej). Jako odbiornik służył szerokopasmowy przetwornik z ceramiki PZT o średnicy 1.5 razy większej od średnicy nadajnika i częstotliwości rezonansowej 10 MHz. Kalibracji nadajnika i odbiornika dokonywano za pomocą dodatkowego przetwornika o częstotliwości 6.88 MHz i średnicy 1.27 cm metodą wyznaczania całkowitej mocy akustycznej. Oszacowany przez Law sumaryczny systematyczny błąd wyznaczania wartości  $B/A$  badanych cieczy i tkanek biologicznych wyniósł  $\pm 8\%$ .

Dokładność wyznaczania wartości  $B/A$  zależy od zgodności modelu teoretycznego, opisującego nieliniową propagację fali akustycznej, z rzeczywistym przebiegiem zjawiska, a także od dokładności pomiarów parametrów, wchodzących do równań modelu matematycznego. Wpływ zjawiska dyfrakcji oraz absorpcji na wynik pomiaru zniekształconej sinusoidalnej fali o skończonej amplitudzie rozchodzącej się w nieliniowej stratnej cieczy został uwzględniony również przez Cobb'a [Cobb W. N. 1983], który opracował model teoretyczny, umożliwiający wyznaczenie wartości  $B/A$  cieczy z większą dokładnością niż ta, którą zapewniały ówczesne metody. Wzrost amplitudy ciśnienia 2-giej składowej harmonicznej autor mierzył płaskim kołowym odbiornikiem umieszczonym współosiowo z nadajnikiem o takim samym promieniu  $a$ . Wyprowadzony przez Cobb'a wzór pozwolił wyznaczyć wartość  $B/A$  badanych cieczy metodą porównania osiowego rozkładu ciśnienia 2-giej harmonicznej fali akustycznej, wyznaczonego eksperymentalnie na podstawie zarejestrowanych odbiornikiem sygnałów w funkcji ich odległości  $z$  od źródła, z osiowym rozkładem ciśnienia uśrednianym po powierzchni odbiornika, obliczanym według wzoru:

$$|\bar{p}_2(r, z)| = \frac{p_0^2 (2 + B/A) \pi f}{2 \rho_0 c_0^3} [I_1(z) - I_2(z)], \quad (2.26)$$

gdzie  $\bar{p}_2(r, z)$  oznacza wartość ciśnienia 2-giej harmonicznej uśrednioną na powierzchni odbiornika o promieniu  $a$ :

$$\bar{p}_2(r, z) = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a -2\pi r p_2(r, z) dr, \quad (2.27)$$

$I_1(z)$  oznacza człon wprowadzający korektę dla uwzględnienia tłumienia absorpcyjnego (identyczne równanie wyprowadził także Blackstock D. T. [1962]):

$$I_1(z) = \frac{e^{-2\alpha_1 z} - e^{-\alpha_2 z}}{\alpha_2 - 2\alpha_1}, \quad (2.28)$$

natomiast  $I_2(z)$  jest całką uwzględniającą zjawiska dyfrakcyjne oraz zjawisko znoszenia się faz na powierzchni przetwornika odbiorczego:

$$I_2(z) = Q \cdot \left( \int_{z/2}^z \frac{e^{2(\alpha_2 - 2\alpha_1)\theta}}{\sqrt{\sqrt{\theta^2 + 4a^2} - \theta}} d\theta - \frac{1}{8a^2} \int_{z/2}^z e^{2(\alpha_2 - 2\alpha_1)\theta} \cdot \sqrt{(\sqrt{\theta^2 + 4a^2} - \theta)^3} d\theta \right), \quad (2.29)$$

gdzie  $Q = \frac{8e^{i\pi/4}}{\sqrt{\pi k}} e^{-2(\alpha_2 - \alpha_1)z}$ .

Teoretyczna zależność uśrednionej amplitudy ciśnienia 2-giej harmonicznej od odległości  $z$  od źródła najbardziej zbliżona do wyników eksperymentalnych pozwalała wyznaczyć wartość  $B/A$ . Stosując równanie (2.26) jako model matematyczny wraz z dwiema korektami, uwzględniającymi rozbieżność promieniowanej wiązki w polu bliskim oraz straty na tłumienie absorpcyjne w ośrodku propagacji, sumaryczny błąd w wyznaczaniu wartości  $B/A$  nie biologicznych cieczy zbadanych przez Cobb'a wyniósł 17%. Podstawową przyczyną, powodującą niewystarczającą dokładność stosowanej metodologii jest niedokładność kalibracji przetwornika odbiorczego. Jako nadajnik służył płaski przetwornik kołowy o średnicy 1.3 cm oraz częstotliwości 3 MHz, natomiast przetwornik odbiorczy miał średnicę 1.27 cm oraz częstotliwość 15 MHz. Wykorzystywanie odbornika na częstotliwościach znacznie niższych od częstotliwości rezonansowej spowodowane jest jego porównywalną czułością na częstotliwości podstawowej nadajnika (3MHz) oraz na częstotliwości drugiej składowej harmonicznej (6 MHz) przy zastosowaniu kalibracji metodą pomiaru całkowitej mocy akustycznej. Niedokładność spowodowana błędami kalibracji wynosiła  $\pm 8\%$  na 3 MHz oraz  $\pm 12\%$  na 6 MHz. Jednak metoda skończonej amplitudy, zaproponowana przez Cobb'a, była bardziej dokładna od wcześniej stosowanych technik, opierających się na teorii ciągłej fali płaskiej dla bezstratnej cieczy. W celu sprawdzenia niedokładności tej metody pomiarowej wyznaczone wartości  $B/A$  dla destylowanej wody, glikolu etylenowego oraz gliceryny autorzy porównali z wartościami  $B/A$  opublikowanymi wówczas w literaturze i wyznaczonymi dla tej samej temperatury 30°C. Zgodność pomiędzy tymi wartościami wyniosła  $\pm 4\%$ .

Kontynuując cykl artykułów, publikowanych w latach 80-ch i poświęconych wyznaczaniu wartości parametru nieliniowości  $B/A$  ośrodków biologicznych metodą skończonej amplitudy z uwzględnieniem wpływu zjawisk dyfrakcyjnych oraz tłumienia absorpcyjnego na zniekształcenie fali akustycznej w nieliniowym ośrodku stratnym, amerykańscy naukowcy opublikowali wartości  $B/A$  dla niektórych biologicznych cieczy i tkanek. W pracy [Zhang J. i Dunn F. 1987] wyznaczono wartość



$B/A$  wątroby kota *in vivo* oraz *in vitro*, otrzymując praktycznie identyczny wynik pomiarowy, równy 6.8. Błąd wyznaczania oszacowano na  $\pm 8\%$ .

Następną modyfikacją metody skończonej amplitudy stosowanej w latach 80-ch do wyznaczania wartości  $B/A$  ośrodków biologicznych była metoda porównawcza, zaproponowana przez Gongę [Gong X. *et al.* 1984] oraz jej udoskonalona wersja – metoda wprowadzania zastępstwa Finite Amplitude Insert-Substitution method (FAIS) opracowana przez tego samego autora kilka lat później [Gong X. *et al.* 1989]. Podstawowa idea metody porównawczej polegała na porównywaniu amplitudy ciśnienia 2-giej składowej harmonicznej impulsu fali akustycznej generowanego przez źródło do ośrodka odniesienia o znanym parametrze nieliniowości  $(B/A)_w$  z amplitudą ciśnienia 2-giej harmonicznej tego samego impulsu generowanego przez to źródło do badanego ośrodka o poszukiwanej wartości parametru  $(B/A)_x$ . Jako nadajnik i odbiornik służyły dwa płaskie okrągłe przetworniki o jednakowej średnicy 1.6 cm umieszczone współosiowo. Częstotliwość nadajnika wynosiła 3 MHz, natomiast odbiornika – 6 MHz. Zakładając, że odległość między przetwornikami nadawczym i odbiorczym, a także napięcie pobudzania nadajnika są niezmiennie, Gong X. w oparciu o równanie (2.24) dla fali płaskiej o skończonej amplitudzie w bezstratnej cieczy wyprowadził wzór do obliczania wartości  $B/A$  ośrodków biologicznych na podstawie pomiaru ciśnienia  $p_{2w}$  2-giej harmonicznej impulsu fali akustycznej zarejestrowanego po przejściu przez ośrodek odniesienia o wybranej grubości oraz ciśnienia  $p_{2x}$  2-giej harmonicznej takiego samego impulsu po przejściu przez badany ośrodek o takiej samej grubości. Jako ośrodek referencyjny stosowano odgazowaną destylowaną wodę, której wartość parametru nieliniowości  $(B/A)_w$  jest znana z literatury dla różnych temperatur. Wyprowadzony wzór miał postać:

$$\left(\frac{B}{A}\right)_x = \frac{p_{2x}}{p_{2w}} \cdot \frac{(\rho c^3)_x}{(\rho c^3)_w} \left[ \left(\frac{B}{A}\right)_w + 2 \right] - 2, \quad (2.30)$$

gdzie indeksy  $w$  oraz  $x$  oznaczają odpowiednio ośrodek odniesienia (wodę) oraz ośrodek o poszukiwanej wartości parametru  $B/A$ ,  $\rho$  – gęstość ośrodka,  $c$  – prędkość propagacji fali akustycznej. Dokładność wyznaczania wartości  $B/A$  badanych cieczy metodą porównawczą autorzy oszacowali na  $\pm 8\%$  względem wartości opublikowanych wówczas w literaturze dla tych samych ośrodków.

Metoda wprowadzania zastępstwa (FAIS) różniła się od metody porównawczej tylko tym, że ośrodek odniesienia oraz badany ośrodek znajdowały się w dwóch próbkach o jednakowej grubości wprowadzanych kolejno pomiędzy zanurzonymi w wodzie przetwornikami nadawczym i odbiorczym o jednakowej średnicy, umieszczanymi współosiowo w odległości  $L$  od siebie. Częstotliwość rezonansowa odbiornika równała się podwójnej częstotliwości nadajnika. Konstrukcja próbek

zapewniała ich jednakową grubość  $d$ , równoległość przedniej i tylnej powierzchni oraz przezroczystość dla fali dźwiękowej. Jednakowe pary próbek (jedna wypełniona wodą, druga – badanym ośrodkiem) wprowadzano kolejno do wody, umieszczając je pomiędzy nadajnikiem a odbiornikiem, równoległe do ich powierzchni. Wtedy, przy założeniu, że różnica pomiędzy impedancją akustyczną ośrodka odniesienia a impedancją badanego ośrodka jest niewielka, że odległość między przetwornikami nadawczym i odbiorczym jest mniejsza niż  $0.25\sigma$  (czyli około jednej czwartej odległości powstawania szoku), a zależność słabosygnałowego współczynnika absorpcji badanego ośrodka od częstotliwości jest zbliżona do liniowej (spełniony warunek  $|\alpha_2 - 2\alpha_1| \rightarrow 0$ ) Gong wyprowadził uproszczony wzór do wyznaczania wartości  $B/A$ :

$$\frac{(B/A)_w + 2}{(B/A)_x + 2} = \left( \frac{p_{2x}}{p_{2w}} \frac{L}{d D_1 D_2} - \frac{L}{d} + 1 \right) \frac{(\rho c^3)_x}{(\rho c^3)_w} \frac{1}{D_2}, \quad (2.31)$$

gdzie

$$D_1 = \frac{(2\rho c)_w}{(\rho c)_w + (\rho c)_x}, \quad D_2 = \frac{(2\rho c)_x}{(\rho c)_w + (\rho c)_x}.$$

$D_1$  i  $D_2$  oznaczają ciśnieniowe współczynniki przenikania odpowiednio z wody do badanego ośrodka oraz z badanego ośrodka do wody,  $(\rho c)_w$  oraz  $(\rho c)_x$  oznaczają odpowiednio impedancję akustyczną wody i badanego ośrodka.

Metoda FAIS, wykorzystująca wzór (2.31), miała ograniczenia stosowalności wynikające z przedstawionych powyżej założeń modelu matematycznego. Wzór ten nie uwzględniał wpływu tłumienia absorpcyjnego w ośrodku, a także zjawiska dyfrakcji oraz znoszenia się faz na powierzchni odbiornika na wyniki pomiarów. Dokładność tego modelu teoretycznego była niewystarczająca. Dlatego kilka lat później model ten został rozszerzony przez tego samego autora [Gong X. *et al.* 1989], który wprowadził do równania (2.31) człony korekcyjne, uwzględniające wpływ tłumienia absorpcyjnego oraz dyfrakcji (istniejących w rzeczywistym ośrodku) na nieliniową propagację fali akustycznej. Zgodnie z wyprowadzonymi przez Cobb'a równaniami (2.28) i (2.29), opisującymi odpowiednio absorpcyjny i dyfrakcyjny człony korekcyjne, równanie (2.31) przekształca się w następującą postać:

$$\frac{(B/A)_x + 2}{(B/A)_w + 2} = \left( \frac{p_{2x}}{p_{2w}} \frac{L}{d R_1 R_2} - \left( \frac{L}{d} - 1 \right) \frac{R_2}{R_1} \frac{F(k_w, d, L)}{F(k_w, 0, L)} \right) \frac{(\rho c^3)_x}{(\rho c^3)_w} \frac{F(k_w, 0, L)}{F(k_x, 0, d)} \sqrt{\frac{D_2}{D_1}}, \quad (2.32)$$

gdzie  $R_2 = \sqrt{D_1 D_2} \cdot \exp(-\alpha_2 d / 2)$ ,  $R_1 = D_1 D_2 \cdot \exp(-\alpha_1 d)$

są członami wprowadzającymi korektę w celu uwzględnienia wpływu tłumienia absorpcyjnego odpowiednio dla 2-giej oraz 1-szej harmonicznej, funkcje  $F(\dots)$  są całkami uwzględniającymi wpływ dyfrakcji na odcinkach od źródła do odbiornika lub do próbki oraz w samej próbce, a także zjawisko uśredniania amplitudy ciśnienia 2-giej harmonicznej na powierzchni odbiornika,  $k$  jest liczbą falową. Podstawową zaletą tej metody jest to, że nie wymaga ona pomiaru średniej wartości ciśnienia  $p_0$  na powierzchni przetwornika nadawczego, a także to, że do pomiarów niezbędna jest tylko mała ilość badanego materiału. Jednak metoda ta obarczona jest dość dużym błędem, jeżeli nie są spełnione założenia, dla których teoria propagacji fali płaskiej w bezstratnej cieczy jest słuszna. Dokładność wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  metodą FAIS, która wynika z błędów pomiaru wielkości akustycznych, zawartych w równaniu (2.31), oszacowano na  $\pm 8\%$  dla szeregu badanych cieczy oraz na  $\pm 12\%$  dla zwierzęcych tkanek miękkich. Otrzymane wartości  $B/A$ , wyznaczone metodą FAIS porównano z wynikami, opublikowanymi wówczas w literaturze, wyznaczonymi przez różnych badaczy różnymi metodami, stwierdzając ich zgodność z dokładnością  $\pm 4\%$  dla ośrodków ciekłych oraz z dokładnością  $\pm 7\%$  dla tkanek zwierzęcych.

Pod koniec lat 90-ych na podstawie istniejących przybliżonych modeli teoretycznych do opisu propagacji płaskiej fali akustycznej o skończonej amplitudzie w ośrodku bezstratnym Wu J. i Tong J. [1997] wyznaczyli wartości  $B/A$  środków kontrastujących typu Alunex oraz Levovist w roztworach soli fizjologicznej typu Isoton II. W ultrasonografii środki kontrastujące (kontrasty), występujące w postaci zawiesiny zawierającej mikropęcherzyki wypełnione powietrzem, wprowadzane są dożylnie do krwioobiegu pacjenta w celu zwiększenia kontrastu obrazowania badanych organów. Autorzy stwierdzili, że wartość parametru  $B/A$  badanych roztworów rośnie wraz ze wzrostem koncentracji pęcherzyków w kontrastach i jest znacznie większa od parametru nieliniowości  $B/A$  tkanek miękkich. Dla badanych stężeń kontrastów wartość  $B/A$  w przypadku Alunexu wyniosła 2000, natomiast w przypadku Levovistu – 600.

W roku 1999 grupa amerykańskich naukowców [Dong F. *et al.* 1999] przeprowadziła badania w celu wyznaczenia wartości  $B/A$  materiałów tkankopodobnych, z których produkowane są fantomy imitujące różnorodne tkanki miękkie. W tych badaniach wykorzystano opracowaną przez Gonga X. metodę FAIS, modyfikując ją w celu wyeliminowania z równania (2.32) członu korekcyjnego, uwzględniającego wpływ dyfrakcji na nieliniową propagację fali akustycznej. Przetwornik nadawczy o średnicy 12.7 mm oraz częstotliwości promieniowania 2.25 MHz pobudzano długimi 30-okresowymi impulsami sinusoidalnymi. Jako odbiornik używany był przetwornik o średnicy 6.3 mm i częstotliwości 5 MHz. Umieszczenie przez Dong'a przetwornika odbiorczego w polu dalekim nadajnika gwarantowało dobrą aproksymację fali płaskiej w pobliżu osi wiązki, natomiast wprowadzenie dodatkowej, mocno tłumiącej warstwy gliceryny na drodze wiązki ultradźwięko-

wej zapewniało brak obecności harmonicznycch w widmie fali po przejściu przez warstwę gliceryny. W ten sposób spełnione były założenia, przyjęte przy wyprowadzaniu stosowanego modelu matematycznego, opartego na teorii fali płaskiej w bezstratnej cieczy. W wyniku przeprowadzonych pomiarów autorzy wyznaczyli wartości  $B/A$  tkankopodobnych materiałów pozbawionych tłuszczu, które znalazły się w zakresie  $5.6 \div 6.6$ , oraz tłustych fantomów, których wartości  $B/A$  wynosiły od 9.8 do 11.1. Jednak metoda zaproponowana przez Donga wymaga bardzo czułych przetworników oraz aparatury pomiarowej. Dokładność tej metody, oszacowana przez autorów dla 9-ciu tkankopodobnych materiałów, wyniosła średnio  $\pm 6\%$ .

Dopiero w 2000 roku Rielly M. [66] do wyznaczenia wartości  $B/A$  wybranych, imitujących tkankę miękką cieczy, w oparciu o badania nieliniowych zjawisk powstających podczas propagacji w tych cieczach fali akustycznej o dużym natężeniu po raz pierwszy zastosował model matematyczny pozbawiony uproszczeń, związanych z założeniem propagacji ciągłej fali płaskiej w bezstratnej cieczy. Model ten oparty był na nieliniowym równaniu falowym, tzw. równaniu KZK (patrz Rozdział 3), opisującym propagację trójwymiarowej fali akustycznej o skończonej amplitudzie w nieliniowym ośrodku stratnym przy uwzględnieniu wpływu dyfrakcji, absorpcji oraz nieliniowego wzajemnego oddziaływania harmonicznycch na zniekształcenie rozchodzącej się fali. Chociaż nie istnieją ściśle analityczne rozwiązania nieliniowych równań, postępy w technice komputerowej, a przede wszystkim wzrost mocy obliczeniowej komputerów PC, pozwoliły na ich numeryczne rozwiązywanie dla zadanych warunków brzegowych za pomocą tzw. numerycznych kodów (algorytmów obliczeniowych). Podstawową przyczyną stosowania uproszczonych modeli teoretycznych przez autorów wcześniejszych publikacji był brak narzędzia w postaci kodu numerycznego, które umożliwiłoby szybkie i dokładne przewidywanie przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola wraz z ilościową zawartością w nim wiązek harmonicznycch. Implementacja komputerowa numerycznego rozwiązania równania KZK dla źródeł kołowych w postaci opracowanego przez grupę Aanonsena [Aanonsen S. I. *et al.* 1984] kodu numerycznego (Bergen code) umożliwiała szybką symulację numeryczną osiowych rozkładów amplitud ciśnienia podstawowej oraz wyższych składowycch harmonicznycch zaburzenia akustycznego rozchodzącego się w badanym ośrodku rzeczywistym oraz ich porównywania z wynikami eksperymentów. W swojej pracy Rielly porównał zmierzone osiowe rozkłady ciśnienia 1-szej oraz trzech wyżycch składowycch harmonicznycch impulsu fali akustycznej propagującego się w cieczach imitujących owodniową ciecz, tkankę miękką oraz wątrobę z odpowiednimi rozkładami obliczonymi za pomocą numerycznego kodu Bergena dla trzech poziomów pobudzania źródła. Pomiarosy osiowego ciśnienia dokonywane były za pomocą hydrofonu, który wraz ze słaboskupiającym przetwornikiem nadawczym o średnicy 38 mm był zanurzany w badanej cieczy. Dobra zgodność teoretycznych oraz eksperymentalnych osiowych rozkładów ciśnienia harmonicznycch pozwoliła na wybór dokładnej wartości amplitudy śred-

niego ciśnienia  $p_0$  na powierzchni promieniującej przetwornika nadawczego. Jednak do wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  badanych ośrodków autor zastosował uproszczone, a więc obarczone błędem równanie (2.25) dla fali płaskiej rozchodzącej się w bezstratnej cieczy, które nie uwzględnia wpływu zjawisk dyfrakcyjnych na zniekształcenie fali.

Podstawową trudnością w metodzie skończonej amplitudy jest potrzeba znajomości dokładnej wartości amplitudy początkowego ciśnienia  $p_0$  na powierzchni źródła, co wymaga niezależnego pomiaru.

#### 2. 4. 2. Metoda termodynamiczna.

Obok technik wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  opartych na metodzie skończonej amplitudy rozwijane były równolegle techniki opierające się na metodzie termodynamicznej, której podstawą jest zastosowanie wzoru (2.8). Metoda ta nie wymaga stosowania fal akustycznych o dużym natężeniu. Polega ona na pomiarze zmiany prędkości propagacji fali akustycznej w badanym ośrodku spowodowanej zmianą ciśnienia hydrostatycznego (przy stałej temperaturze) oraz zmianą temperatury (przy stałym ciśnieniu), a następnie podstawieniu otrzymanych wyników do równania (2.8), z którego wyznacza się wartość  $B/A$ . Decydującymi czynnikami mającymi wpływ na dokładność wyznaczania  $B/A$  metodą termodynamiczną są pochodne prędkości propagacji fali akustycznej względem ciśnienia oraz względem temperatury przy odpowiednio stałej temperaturze oraz stałym ciśnieniu. Wartości współczynników termodynamicznych, używanych w równaniu (2.8), są dostępne w literaturze i znane dla niektórych cieczy. Jednak pomimo istnienia danych, dotyczących zmian prędkości wywołanych zmianami temperatury dla stałego ciśnienia, brakuje danych dotyczących zmian prędkości w wyniku zmian ciśnienia dla stałej temperatury. Podstawową zaletą metody termodynamicznej w porównaniu z metodą skończonej amplitudy jest to, że nie zależy ona od właściwości stosowanego pola ultradźwiękowego. Jednak wymaga ona znajomości współczynników termodynamicznych  $\alpha_T$  oraz  $C_p$ , które nie są dokładnie znane dla większości tkanek miękkich. W pracach poświęconych wyznaczaniu wartości  $B/A$  tkanek biologicznych [Law W. K. *et al.* 1983, 1985] metodą termodynamiczną posługiwano się wartościami współczynników  $\alpha_T$  i  $C_p$  dla wody. Udowodniono jednak przedtem, że drugi człon w równaniu (2.8), zawierający współczynniki termodynamiczne badanego ośrodka, stanowi tylko około 3 % całkowitej wartości  $B/A$ .

W roku 1960 Beyer zestawiał wszystkie opublikowane do tamtego czasu w literaturze wartości  $B/A$  cieczy oraz wyznaczył metodą termodynamiczną parametr nieliniowości wody oraz alkoholu etylowego, dla których dostępne były wtedy eksperymentalne dane dotyczące zmian prędkości propagacji fali akustycznej w wyniku zmian ciśnienia oraz temperatury. Na podstawie przeprowadzonych badań

stwierdził on, że wartość  $B/A$  badanych cieczy wolno rośnie wraz ze wzrostem temperatury.

W połowie lat sześćdziesiątych opublikowano wyniki [Coppens A. B. *et al.* 1965] zależności prędkości propagacji fali akustycznej od temperatury oraz ciśnienia hydrostatycznego dla szeregu organicznych cieczy i mieszanin wodno-metanolowych o różnym stężeniu. Do pomiaru prędkości fali akustycznej w funkcji temperatury i ciśnienia używany był specjalnie skonstruowany przyrząd w postaci cylindra wypełnianego badaną cieczą na końcach którego znajdowały się kwarcowe przetworniki: nadawczy oraz odbiorczy. Otrzymane wyniki pomiarowe zostały wykorzystane do wyznaczenia wartości parametru nieliniowości  $B/A$  badanych ośrodków w funkcji temperatury oraz ciśnienia. Za pomocą równania (2.8) wyznaczono również (na podstawie danych pomiarowych z innych źródeł) wartości  $B/A$  wody morskiej (o zasoleniu  $33 \div 37$  PSU), wody destylowanej oraz pięciu alkoholi. W przypadku wody morskiej wykorzystano dane pomiarowe dotyczące zmian prędkości fali akustycznej przy zmianie temperatury od  $0^\circ\text{C}$  do  $30^\circ\text{C}$  dla stałego ciśnienia  $0.1\text{ MPa}$  oraz zmian prędkości dla stałej temperatury  $30^\circ\text{C}$  przy zmianie ciśnienia w zakresie  $0 \div 14\text{ MPa}$ . Kilka lat później tą samą metodą Hagelberg [Hagelberg M. P. *et al.* 1967, 1970] wykonał pomiary zależności prędkości fali akustycznej w wodzie oraz w propanolu od ciśnienia oraz od temperatury zmieniających się w bardzo szerokim zakresie. Przedział zmian ciśnienia wynosił od  $0.1$  do  $1000\text{ MPa}$ , natomiast temperatura zmieniała się od  $0^\circ\text{C}$  do  $80^\circ\text{C}$ . Otrzymane wyniki pomiarowe posłużyły do wyznaczenia wartości  $B/A$  tych ośrodków za pomocą równania (2.10).

W latach 80-ch pojawił się szereg publikacji przedstawiających wyniki pomiarów otrzymanych w podobny sposób oraz wyznaczone na ich podstawie wartości  $B/A$  różnych materiałów. Grupa Madigosky'ego [Madigosky W. M. *et al.* 1981] na podstawie pomiarów prędkości fali akustycznej w sześciu fluorowęglowych cieczach i dwóch piankach w zależności od temperatury, zmienianej w zakresie od  $0^\circ\text{C}$  do  $30^\circ\text{C}$ , oraz ciśnienia, zwiększanego w granicach od  $1$  do  $700\text{ kg/cm}^2$ , wyznaczył parametry nieliniowości tych ośrodków. Zespół Narayany [Narayana K. L. *et al.* 1981] wyznaczył parametr  $B/A$  dla ciekłych parafin w funkcji temperatury i ciśnienia oraz przedstawił w jaki sposób na podstawie znajomości wartości  $B/A$  badanej cieczy można przewidzieć jej strukturę. Endo [Endo H. 1982] wyprowadził wzór do wyznaczania  $B/A$  cieczy na podstawie znajomości jej stałych termodynamicznych. Wzór ten ma postać polinomu, którego człony określane są przez stosunek ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości dla badanego ośrodka. Wyznaczona przez niego wartość  $B/A$  wody morskiej o zasoleniu  $35\text{ PSU}$  przy różnych ciśnieniach oraz temperaturach różniła się od wartości wyznaczonych przez innych autorów konwencjonalną metodą termodynamiczną dla tych samych warunków brzegowych o około  $1.5\%$ . W tym samym okresie Sharma [Sharma B. K. 1983], stosując uproszczony model matematyczny, zakładający, że

izochoryczne pochodne prędkości fali akustycznej względem temperatury mają dominujący wpływ na termo-akustyczne własności cieczy, pokazał, że istnieje prosta zależność pomiędzy parametrem nieliniowości  $B/A$  cieczy, a stałą Rao oraz stałą Carnevale'a i Litovitz'a. Otrzymane przez niego wyniki obliczeń miały dużą zgodność z wynikami pomiarów dla różnych cieczy. Jednocześnie grupa naukowców z uniwersytetu w Illinois [Law W. K. et al. 1983] wyznaczyła parametr nieliniowości różnorodnych cieczy biologicznych i niektórych tkanek miękkich stosując zarówno akustyczną metodę skończonej amplitudy jak i metodę termodynamiczną. Wyznaczone wartości parametru  $B/A$  otrzymane za pomocą tych dwóch metod były zgodne z dokładnością do  $\pm 5\%$  dla badanych cieczy oraz  $\pm 10\%$  dla tkanek.

Dokładność metody termodynamicznej zależy od dokładności pomiaru zmian prędkości fali akustycznej, jednak zmiany te są niewielkie. Na przykład dla wody morskiej o zasoleniu 35 PSU oraz ciśnieniu atmosferycznym zmiana temperatury w zakresie od  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  powoduje wzrost prędkości fali akustycznej o  $6.7\%$ , natomiast przy wzroście ciśnienia hydrostatycznego o  $10\text{ MPa}$  (co odpowiada zanurzeniu na głębokość  $1\text{ km}$ ) prędkość fali akustycznej wzrasta tylko o  $1.1\%$  przy takim samym zasoleniu oraz temperaturze  $10^{\circ}\text{C}$  [Grelowska G. 2001].

Podstawową zaletą metody termodynamicznej do wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  cieczy jest to, że nie zależy ona od właściwości ultradźwiękowego pola.

### 2. 4. 3. Metoda porównywania faz

W celu zwiększenia dokładności wyznaczania wartości  $B/A$  zespół naukowców na czele z Zhu [Zhu et al. 1983] zmodyfikował metodę termodynamiczną opartą na bezpośrednim pomiarze zmian prędkości fali akustycznej w wyniku zmian ciśnienia oraz temperatury, zastępując go pomiarem zmiany czasu propagacji sinusoidalnego impulsu ultradźwiękowego w badanej cieczy w zależności od adiabatycznej zmiany ciśnienia hydrostatycznego, a następnie stosując równanie (2.7). Czasy propagacji były mierzone przez porównywanie faz  $\theta$  (w radianach) odbieranego impulsu sinusoidalnego oraz sygnału referencyjnego. Wtedy równanie (2.7) sprowadza się do postaci:

$$\frac{B}{A} = -\frac{\rho_0 c_0^3}{\pi f z} \left( \frac{\partial \theta}{\partial P} \right)_{s,0}, \quad (2.33)$$

gdzie  $z$  jest odległością od źródła impulsu akustycznego rozchodzącego się w badanym ośrodku. Zaproponowana metoda porównywania faz została wykorzystana przez grupę Sehgal [Sehgal C. M. et al. 1984, 1986], która zbadała wpływ koncentracji alkoholi w wodzie na wartość  $B/A$  badanych roztworów.

#### 2. 4. 4. Metoda dla roztworów wodnych

W roku 1990 zespół Sarvazyana [Sarvazyan A. P. *et al.* 1990] opracował różniczkową metodę wyznaczania wpływu stężenia wodnych roztworów białek oraz aminokwasów na wartość ich parametru nieliniowości  $B/A$ . Różniczkując równanie (2.10) autorzy otrzymali następującą zależność:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta(B/A)}{2\rho_0 c_0 \psi} = & \frac{1}{\psi} \Delta \left( \frac{\partial c}{\partial P} \right)_{T,0} + ([c] + [\rho]) \left( \frac{\partial c}{\partial P} \right)_{T,0} + \\ & \left. \frac{\alpha_{T_0} T_0}{\rho_0 C_{P_0}} \left[ \frac{1}{\psi} \Delta \left( \frac{\partial c}{\partial T} \right)_{P,0} + ([c] + [\alpha_T] - [C_P]) \left( \frac{\partial c}{\partial T} \right)_{P,0} \right] \right], \end{aligned} \quad (2.34)$$

gdzie  $\psi$  oznacza stężenie roztworu, indeks 0 odpowiada wielkościom nie zaburzonego rozpuszczalnika, znak  $\Delta$  oznacza, że występująca po nim wielkość jest różnicą pomiędzy wielkością dla roztworu a wielkością dla rozpuszczalnika. Wielkości

w kwadratowych nawiasach są względnymi właściwymi przyrostami prędkości dźwięku, gęstości, objętościowego współczynnika rozszerzalności cieplnej oraz ciepła właściwego dla stałego ciśnienia określanymi jako:

$$[c] = \frac{\Delta c}{\psi c_0}, \quad [\rho] = \frac{\Delta \rho}{\psi \rho_0}, \quad [\alpha_T] = \frac{\Delta \alpha_T}{\psi \alpha_{T_0}}, \quad [C_P] = \frac{\Delta C_P}{\psi C_{P_0}}.$$

#### 2. 5. Wartości $B/A$ niektórych cieczy oraz tkanek biologicznych.

Reasumując, współczynnik nieliniowy zdefiniowany jako

$$\beta = \begin{cases} (\gamma + 1)/2 & \text{gaz} \\ 1 + B/2A & \text{ciecz} \\ -\left( \frac{3}{2} + \frac{\mathcal{A} + 3\mathcal{B} + C}{\rho_0 c_i^2} \right) & \text{ciało stałe} \end{cases} \quad (2.35)$$

jest wspólną miarą charakteryzującą wpływ nieliniowości ośrodków na propagację w nich fali akustycznej o skończonej amplitudzie.

W Tabeli 2.1 przedstawiono opublikowane przez różnych autorów na przestrzeni ostatnich 25 lat wartości parametru nieliniowości dla szeregu cieczy, natomiast w Tabeli 2.2 – wartości  $B/A$  dla niektórych biologicznych cieczy i tkanek.



Wartości powyższe zostały wyznaczone metodą skończonej amplitudy oraz metodą termodynamiczną dla różnych temperatur tworząc w ten sposób bazę danych niezbędnych do charakteryzowania różnych ośrodków biologicznych. Z tabel tych wynika, że największe wartości parametru nieliniowości mają tłuszcze zwierzęce i tkanki tłuszczowe, których parametr  $B/A$  może osiągać wielkość powyżej 11. Im więcej tłuszczu zawiera tkanka, tym większą ma wartość  $B/A$ . Uzasadnienie tej zależności jest przedstawione w pracy [Apfel R. E. 1983].

**Tabela 2.1. Wartości parametru nieliniowości  $B/A$  niektórych cieczy dla ciśnienia atmosferycznego.**

Ośrodek	Stan (stężenie)	Temperatura °C	$B/A$ (metoda F.A.)	$B/A$ (metoda TD)	Literatura
<b>Woda</b>					
Woda destylowana		20	4.98		[16]
Woda destylowana		25		$5.11 \pm 0.2$	[89]
Woda destylowana		26	5.2	5.1	[37]
Woda destylowana		30	5.3	5.31	[59]
Woda destylowana		30	$5.5 \pm 0.3$	5.31	[60]
<b>Woda morska</b>					
Woda oceaniczna (ciśnienie atmosferyczne)	35 PSU	20		5.32	[24]
Woda oceaniczna	35 PSU	30		5.47	[24]
Woda morska	7.5 PSU	10		4.7	[39]
<b>Alkohole</b>					
Metanol		20	9.6		[8]
Etanol		20	10.5		[8]
<i>n</i> -propanol		20	10.7		[7]
<i>n</i> -butanol		20	10.7		[7]
<b>Ciecze organiczne</b>					
Glikol etylenowy		22	$9.8 \pm 0.3$		[18]
Glikol etylenowy		26	9.9		[37]
Glikol etylenowy		30		9.64	[16]
Glikol etylenowy		30	9.93		[60]
Gliceryna		20		8.77	[72]
Gliceryna		25		8.84	[72]
Gliceryna		30		9.08	[72]
Gliceryna		30	8.96		[16]
Gliceryna		30	9.4		[60]
Olej kukurydziany		20	10.5		[27]
Olej kukurydziany		22	$10.6 \pm 0.3$		[18]

Tabela 2. 2. Wartości parametru nieliniowości *B/A* niektórych biologicznych cieczy i tkanek.

Ośrodek	Stan (stężenie)	Temperatura °C	<i>B/A</i> (metoda FA)	<i>B/A</i> (metoda TD)	Literatura
BSA (surowica białka wołowego)	20 g/100cm <sup>3</sup>	25		6.23 ± 0.25	[89]
BSA	22 g/100cm <sup>3</sup>	30	6.45 ± 0.3		[58]
BSA	38.9 g/100cm <sup>3</sup>	30	6.64		[59]
BSA	38.9 g/100cm <sup>3</sup>	30		6.68 ± 0.2	[59]
Hemoglobina	50 %	30	7.6		[21]
Krew wieprzowa		26	5.8	6.3	[37]
rew wieprzowa		30	6.2 ± 0.25		[21]
Krew ludzka		26	6.1	6.0	[37]
Wątroba wołowa		23	7.75 ± 0.4		[21]
Wątroba wołowa (homogenizowana)		23	6.8 ± 0.4	7.0; 6.53	[21], [60]
Wątroba wołowa		30	6.42		[59]
Wątroba wołowa		30		6.88	[59]
Wątroba wołowa		30		6.54 ± 0.2	[72]
Wątroba wołowa		30	7.7 ± 0.9	7.23	[59]
Wątroba wieprzowa		25	6.7 ± 1.5		[11]
Wątroba wieprzowa		26	7.1	6.9	[37]
Wątroba wieprzowa (homogenizowana)		26	6.6		[37]
Wątroba ludzka zdrowa		30	7.6 ± 0.8		[16]
Wątroba ludzka przekrwiona		30	7.2 ± 0.7		[16]
Tłuszcz wieprzowy		26	10.8	10.9	[37]
Tłuszcz wieprzowy		30	11-11.3		[60]
Tkanka tłuszczowa piersi kobiecych		22		9.21	[72]
Tkanka tłuszczowa piersi kobiecych		30		9.91	[72]
Tkanka tłuszczowa piersi kobiecych		37		9.63	[72]
Szpiczak mnogi		22	5.6		[72]
Szpiczak mnogi		30	5.8		[72]
Szpiczak mnogi		37	6.2		[72]
Imitacja cieczy owodniowej		22	5.4		[68]
Imitacja tkanki miękkiej		22	6.1		[68]

## 2. 6. Porównanie istniejących metod wyznaczania parametru $B/A$ .

Porównanie wartości parametru nieliniowości  $B/A$  cieczy i tkanek biologicznych, wyznaczonych przez różnych autorów za pomocą różnych metod, pozwala stwierdzić, że zgodność otrzymanych wyników zależy od struktury badanego ośrodka oraz jego stanu. Im bardziej jednorodna jest struktura ośrodka, tym mniejsza rozbieżność pomiędzy wartościami parametru nieliniowości  $B/A$  wyznaczonymi różnymi metodami. Uśrednione wartości  $B/A$  wyznaczone różnymi metodami różnią się od siebie w przybliżeniu o  $\pm 5\%$  dla cieczy, natomiast dla tkanek miękkich o około  $\pm 10\%$ . Dla takich samych tkanek rozbieżność wyników maleje również na skutek zwiększania stopnia ich jednorodności. Na przykład, uśrednione wartości  $B/A$  wyznaczone metodą skończonej amplitudy oraz metodą termodynamiczną dla całej wątroby różnią się o  $\pm 9\%$ , natomiast dla tłuszczu wieprzowego tylko o  $\pm 4\%$ , a dla homogenizowanej wątroby o  $\pm 5\%$ . Potwierdza to tezę o łącznym wpływie struktury tkanek, ich elastyczności i deformowalności (zmniejszających dokładność pomiaru grubości) na wyniki pomiarów, a w konsekwencji na dokładność wyznaczania wartości ich parametru nieliniowości.

Ponadto rozrzut wartości  $B/A$  tkanek biologicznych, wyznaczanych za pomocą dotychczas istniejących metod pomiarowych, uwarunkowany jest błędami, wynikającymi z niewystarczającej dokładności stosowanej techniki pomiarowej (dokładności metody kalibracji przetworników), a także błędami, spowodowanymi rozbieżnością pomiędzy modelem teoretycznym, a rzeczywistym przebiegiem zjawiska. Wszystkie dotychczas stosowane modele teoretyczne były oparte na teorii ciągłej fali płaskiej rozchodzącej się w bezstratnej cieczy. Zjawiska towarzyszące w rzeczywistości propagacji nieliniowej (dyfrakcja, absorpcja) uwzględniane były za pomocą wprowadzania do modelowych równań członów korekcyjnych, co stanowiło dodatkową komplikację. W związku z powyższym udoskonalenie eksperymentalnych metod oraz modeli teoretycznych stworzyłoby możliwość wyznaczania coraz bardziej wiarygodnych i powtarzalnych wartości parametru  $B/A$ , pozwalając charakteryzować molekularną strukturę ośrodka biologicznego, a także jego stan. O chorobowym stanie tkanki miękkiej świadczy procent zawartości w niej wody. Tkanki rakowe zwykle zawierają większą frakcję wody niż zdrowe komórki. Na przykład, w zdrowej wątrobie frakcja wody wynosi około 76%, natomiast w zaatakowanej przez nowotwór – około 90% [Bjørno L. 1986]. Wpływ temperatury, a także koncentracji substancji rozpuszczonych w różnych roztworach na wartość ich parametru nieliniowości  $B/A$  także świadczy o związku tego parametru ze strukturą molekularną ośrodka. Istnienie związku pomiędzy wartością  $B/A$  ośrodków biologicznych, a innymi, charakteryzującymi ośrodek parametrami fizycznymi, takimi jak międzymolekularny potencjał, makrostruktura, zawartość frakcji wody, wzmaga potrzebę dalszych systematycznych badań zjawisk nieliniowych w ośrod-

kach biologicznych oraz doskonalenia metod wyznaczania wartości ich parametru nieliniowości  $B/A$ .

Przy projektowaniu głowic ultradźwiękowych do wizualizacji harmonicznego obrazu tkanek podstawowym zadaniem jest uzyskanie jak największej rozdzielczości przy obrazowaniu badanych struktur wielowarstwowych, którą można osiągnąć przede wszystkim zmniejszając poprzeczne rozmiary wytwarzanej wiązki wzdłuż całego zakresu penetracji. W celu optymalizacji parametrów wiązek niezbędna jest dokładna znajomość nieliniowych własności warstwowych struktur biologicznych, charakteryzowanych przez ich parametr nieliniowości  $B/A$ . W związku z powyższym zwiększenie dokładności wyznaczania wartości parametru  $B/A$  pozwoli osiągnąć lepszą zgodność pomiędzy przewidywanym metodą symulacji numerycznej przestrzenno-widmowym rozkładem ciśnienia w nieliniowej wiązce penetrującej warstwowe tkanki biologiczne, a jej rzeczywistym rozkładem. Z kolei szybka symulacja numeryczna przestrzenno-czasowych oraz przestrzenno-widmowych rozkładów ciśnienia w nieliniowych wiązkach rozchodzących się w warstwowych ośrodkach biologicznych dla różnych warunków brzegowych pozwoli znaleźć optymalne parametry projektowanych przetworników ultradźwiękowych.

Opracowany w ostatnich latach w Zakładzie Ultradźwięków IPPT PAN na podstawie klasycznych równań akustyki nieliniowej model matematyczny w postaci oryginalnego nieliniowego równania falowego [Wójcik J. 1998], ściśle opisującego zjawiska nieliniowe, towarzyszące rozchodzeniu się 4D (3D przestrzeń + czas) impulsowej fali akustycznej o skończonej amplitudzie w ośrodku rzeczywistym (nieliniowym i dyspersyjnym) o absorpcji dowolnie zależnej od częstotliwości, jak również 3D kod numeryczny [Wójcik J. 2000] (będący numerycznym rozwiązaniem równań powyższego modelu matematycznego dla źródeł z symetrią osiową) wraz z jego implementacją komputerową (3D solverem) stworzyły efektywne czasowo narzędzie badawcze. Umiejętność obsługi oraz modyfikacji 3D solvera numerycznego pozwoliła autorce na przeprowadzenie badań nieliniowych pól wytwarzanych w rzeczywistych ośrodkach biologicznych w zależności od ich liniowych i nieliniowych własności oraz właściwości stosowanego pola akustycznego, a także na opracowanie nowej pomiarowej metody wyznaczania wartości parametru nieliniowości biologicznej cieczy lub tkanki, nie obciążonej błędami wynikającymi ze stosowania uproszczonego modelu matematycznego. Wyniki tych badań stworzą szansę na rozwiązanie problemu w jakim stopniu związek pomiędzy zmianami wartości parametru nieliniowości  $B/A$  badanych tkanek, a zmianami ich struktury lub stanu może być wykorzystany do oceny ich stanu patologicznego.



### 3. Modelowe równania falowe akustyki nieliniowej.

#### 3.1. Podstawowe równania ruchu cieczy.

Do opisu dynamiki lepkiej, przewodzącej ciepło cieczy niezbędny jest układ czterech równań [Landau L. D. i Lifshitz E. M. 1987] zawierający: 1) **równanie zachowania masy**; 2) **równanie zachowania pędu**; 3) **równanie zachowania entropii** oraz 4) **termodynamiczne równanie stanu**.

Założmy, że ruch cieczy będzie określany w nieruchomym (względem ośrodka nie zaburzonego) układzie współrzędnych  $(x, y, z)$  oraz czasie  $t$  za pomocą pola wektora prędkości akustycznej  $\mathbf{u}(x, y, z, t)$  oraz pól termodynamicznych wielkości charakteryzujących ciecz: ciśnienia  $P(x, y, z, t)$ , gęstości  $\rho(x, y, z, t)$ , temperatury  $T(x, y, z, t)$  oraz entropii  $s(x, y, z, t)$ .

Pierwszym równaniem układu równań dynamiki lepkiej i przewodzącej ciepło cieczy, sformułowanym przez Eulera L. w roku 1755 (przy założeniu, że ciecz jest jednorodna, o ustalonych wartościach gęstości i ciśnienia w stanie nie zaburzonym, a także, że można zaniedbać zależność współczynników lepkości i przewodności cieplnej od zaburzeń wywołanych rozchodzącą się w niej falą akustyczną o skończonej amplitudzie), jest **równanie zachowania masy**:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (3.1)$$

gdzie  $D/Dt = \partial/\partial t + \mathbf{u} \nabla$  jest materiałową pochodną względem czasu,  $\nabla$  oznacza operator gradientu, natomiast  $\nabla \cdot$  jest operatorem dywergencji. Równanie to opisuje zmiany gęstości w czasie oraz rozbieżność pola prędkości akustycznej.

Drugim równaniem układu równań opisujących ruch lepkiej, ściśliwej i przewodzącej ciepło cieczy w wyniku działania na nią sił zewnętrznych jest **równanie zachowania pędu**:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \left( \eta + \frac{\mu}{3} \right) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}), \quad (3.2)$$

gdzie  $\mu$  oraz  $\eta$  są odpowiednio lepkością ścinania i objętościową,  $\nabla^2$  oznacza operator Laplace'a. Równanie (3.2), znane jako równanie Naviera-Stockesa, uwzględnia wpływ działania sił masowych (oddziaływania pola grawitacyjnego), sił powierzchniowych (będących efektem działania ciśnienia zewnętrznego), a także sił wynikających z lepkości i przewodnictwa cieplnego, na jednostkowy objętościowy element masy.

Trzecim równaniem układu równań dynamiki cieczy, uwzględniającym wpływ naprężeń wywołanych przewodnictwem cieplnym cieczy jest **równanie zachowania entropii**:

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} = \kappa \nabla^2 T + \eta (\nabla \cdot \mathbf{u})^2 + \frac{1}{2} \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)^2, \quad (3.3)$$

gdzie  $s$  jest właściwą entropią (na jednostkowy element masy), natomiast  $\kappa$  jest współczynnikiem przewodnictwa cieplnego cieczy. Wyrażenie w ostatnim nawiasie, zapisane w postaci tensora w kartezjańskim układzie współrzędnych, uwzględnia wpływ naprężeń wynikających z lepkości, gdzie  $u_i, u_j, u_k$  oznaczają składowe pola wektora prędkości akustycznej  $\mathbf{u}$  w kierunkach  $x_i, y_j, z_k$ , a  $\delta_{ij}$  jest deltą Kroneckera, równą 1 dla  $i = j$  oraz 0 w przeciwnym przypadku.

Czwartym równaniem układu równań ruchu ośrodka jest **równanie stanu**  $P = P(\rho, s)$ . Zwykle stosuje się równanie stanu dla idealnego gazu (dla którego stosunki  $P/\rho T$  oraz  $C_p/C_v$  są stałymi), które dla zmiennych  $\rho, s$  ma postać:

$$\frac{P}{P_0} = \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \exp \left( \frac{s - s_0}{C_v} \right), \quad (3.4)$$

gdzie  $\gamma = C_p/C_v$  jest stosunkiem ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości,  $P_0, \rho_0, s_0$  są wielkościami ciśnienia, gęstości oraz entropii nie zaburzonego ośrodka. Dla wyprowadzenia modelowych równań stanu obowiązujących dla dowolnej cieczy stosuje się rozwinięcie równania (3.4) w szereg Taylora względem  $\rho_0, s_0$ .

### 3. 2. Teoria propagacji akustycznej fali płaskiej w bezstratnej cieczy.

Dla bezstratnej cieczy współczynniki lepkości ( $\mu, \eta$ ) oraz przewodnictwa cieplnego ( $\kappa$ ) są równe zero, wtedy z równania zachowania entropii (3.3) wynika, że  $s = s_0$  (ponieważ nie zaburzona ciecz jest temperaturowo jednorodna w całej objętości), a równanie stanu (3.4) upraszcza się do  $P = P(\rho)$ .

Przebieg zjawiska rozchodzenia się fali akustycznej o skończonej amplitudzie w nieliniowym ośrodku stratnym zdecydowanie różni się od przebiegu procesu rozchodzenia się fali o nieskończenie małej amplitudzie, wytwarzanej w przypadku niskiego poziomu pobudzenia źródła.

Teoretyczny opis akustycznych fal płaskich o skończonej amplitudzie rozchodzących się w jednorodnej bezstratnej cieczy przedstawiony został w kilku publikacjach. Do jednej z pierwszych należy praca [Riemann B. 1953], do późniejszych – prace [Fox F. E. i Wallace W. A. 1954], [Blackstock D. T. 1962], [Thompson P. A. 1984], [Landau L. D. i Lifshitz E. M. 1987]. Punktem wyjściowym do wyprowadzenia ścisłego równania falowego dla jednowymiarowej fali płaskiej o skończonej amplitudzie rozchodzącej się w bezstratnej cieczy było izentropowe równanie stanu dla adiabatycznego gazu:

$$\frac{P}{P_0} = \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma. \quad (3.5)$$

Uwzględniając związek  $c^2 = \gamma P / \rho$  (gdzie  $c$  jest prędkością propagacji fali akustycznej) równanie (3.5) można przepisać w postaci:

$$\frac{P}{P_0} = \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma = \left( \frac{c}{c_0} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}, \quad (3.6)$$

gdzie  $c_0$  jest prędkością propagacji fali akustycznej o nieskończonej małej amplitudzie. Przy założeniu fali progresywnej (rozchodzącej się naprzód, w kierunku dodatnim osi  $z$ ) w ściśliwej cieczy Blackstock D. T. [1962] udowodnił, że:

$$\left. \frac{\partial z}{\partial t} \right|_{u=\text{const}} = c + u, \quad u = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{c}{\rho} d\rho, \quad (3.7)$$

gdzie  $u$  jest prędkością akustyczną. Biorąc pod uwagę powyższe zależności mamy:

$$u = \frac{2(c - c_0)}{\gamma - 1},$$

$$\text{stad} \quad c = c_0 + \frac{\gamma - 1}{2} u, \quad c + u = c_0 + \beta u, \quad \beta = \frac{\gamma + 1}{2}, \quad (3.8)$$

gdzie  $\beta$  jest nieliniowym współczynnikiem ośrodka. Powyższe zależności pozwoliły na znaczne uproszczenie równań zachowania masy oraz zachowania pędu w przypadku jednowymiarowej płaskiej fali. Umieszczając źródło fal akustycznych w płaszczyźnie  $z = 0$  i rozwiązując zagadnienie dla zadanego warunku brzegowego, na przykład dla zadanej funkcji prędkości akustycznej na powierzchni źródła  $u = f(t)$ , równania powyższe upraszczają się do postaci:



$$\frac{\partial u}{\partial t} + c_0 \frac{\partial u}{\partial z} + \beta u \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad (3.9)$$

Jest to ściśle równanie dla płaskiej progresywnej fali akustycznej o skończonej amplitudzie w idealnym gazie. Zakładając, że prędkość akustyczna  $u_0$  na powierzchni źródła zwykle jest znacznie mniejsza od prędkości  $c_0$  propagacji fali o nieskończonej amplitudzie (akustyczna liczba Macha  $\varepsilon = u_0 / c_0 \ll 1$ ) oraz wprowadzając (w związku z powyższym) do nieliniowego członu równania (3.9) następującą zależność:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{c_0} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (3.10)$$

Blackstock D. T. wyprowadził przybliżone równanie falowe opisujące propagację jednowymiarowej fali płaskiej o skończonej amplitudzie w adiabatycznym gazie:

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\beta}{c_0^2} u \frac{\partial u}{\partial t} = 0. \quad (3.11)$$

Rozwiązanie tego równania występuje w postaci:

$$u = f\left(t - \frac{z}{c_0} + \frac{\beta z u}{c_0^2}\right) \quad (3.12)$$

Dla bezstratnej cieczy, gdy punktem wyjścia do opisu zależności ciśnienia od ściśliwości cieczy jest izentropowe równanie stanu  $P = P(\rho)$  w postaci szeregu Taylora, którego obcięcie na kwadratowym członie jest wystarczające do opisu dominującego wpływu początkowej amplitudy ciśnienia płaskiej fali akustycznej na jej zniekształcenie podczas propagacji, Blackstock D. T. zastosował przybliżenie pierwszego rzędu  $O(\varepsilon)$ , zastępując w nieliniowym członie równania (3.11) wielkość  $\gamma$ , czyli stosunek ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości, wyrażeniem  $1 + B/A$ . Stąd  $\beta = 1 + B/2A$ , gdzie  $B/2A$  jest stosunkiem współczynników kwadratowego oraz liniowego członu w założonym równaniu stanu. Wtedy przybliżone równanie falowe do opisu propagacji jednowymiarowej fali płaskiej o skończonej amplitudzie w bezstratnej cieczy przyjmuje postać:

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{(1 + B/2A)}{c_0^2} u \frac{\partial u}{\partial t} = 0. \quad (3.13)$$

Gdy prędkość akustyczna  $u_0$  na powierzchni źródła (dla  $z = 0$ ) jest zadana w postaci sinusoidy, równanie (3.13) ma ściśle rozwiązanie, znane jako rozwiązanie Bessela-Fubini'ego (patrz Rozdział 2).

### 3.3. Aproksymacje dla termolepkich cieczy.

#### 3.3.1. Przybliżenia drugiego rzędu.

W ogólnym przypadku układ równań dynamiki lepkiej, przewodzącej ciepło cieczy jest nieliniowy. Ze względu na fakt, że nie istnieją metody ścisłego analitycznego rozwiązania nieliniowych równań, jedynie możliwymi w takiej sytuacji pozostają metody przybliżone, oparte na różnych uproszczeniach zagadnienia. Wśród wielu możliwych, najważniejsze uproszczenie polega na linearyzacji równań. Zakładając, że zaburzenia wielkości termodynamicznych, spowodowane propagacją fali akustycznej, są małe w porównaniu z odpowiednimi wielkościami charakteryzującymi stan nie zaburzony ośrodka równania stają się liniowymi.

W zagadnieniach akustyki nieliniowej rozwiązanie nawet takich równań, w których pozostawia się człony tylko drugiego rzędu małości, jest problemem. Zwykle większość zagadnień akustyki nieliniowej rozpatrywana jest właśnie w przybliżeniu drugiego rzędu, gdy w równaniach pozostawiane są wyrazy pierwszego oraz drugiego rzędu małości względem wielkości zaburzenia.

W odróżnieniu od teorii liniowej, stosującej równanie falowe, w teorii akustyki nieliniowej podstawową trudnością przez wiele lat był brak jednego nieliniowego równania falowego do opisu propagacji fali akustycznej o skończonej amplitudzie w nieliniowym ośrodku stratnym. Istnieje wiele podejść do rozwiązania tego zagadnienia, czyli sprowadzenia układu równań (3.1) – (3.4) dynamiki lepkiej przewodzącej ciepło cieczy w przybliżeniu drugiego rzędu do jednego nieliniowego równania falowego dla potencjału skalarnego.

Stosując metodę linearyzacji równań (3.1) – (3.4) Chu [Chu B. T. *et al.* 1958] pokazał, że wszystkie możliwe ruchy ośrodka opisywane za pomocą tego układu równań w pierwszym przybliżeniu rozkładają się na 3 wzajemnie nieoddziaływające na siebie komponenty: wirową nieściśliwą składową, opisywaną za pomocą pola wiru  $\nabla \times \mathbf{u}(x, y, z, t)$ , składową entropii  $s(x, y, z, t)$  oraz składową potencjalną, związaną ze zmianami potencjalnej (akustycznej) części pola prędkości  $\nabla \cdot \mathbf{u}(x, y, z, t)$  i ze zmianami ciśnienia  $P(x, y, z, t)$ . Dalej rozpatrywane będą tylko ruchy potencjalne, gdzie wirowa komponenta oraz jej wzajemne oddziaływania z innymi komponentami nie są uwzględniane ( $\nabla \times \mathbf{u} = 0$ ).

Przy wyprowadzeniu przybliżonego nieliniowego równania falowego opisującego rozchodzenie się trójwymiarowej fali akustycznej o skończonej amplitudzie w nieliniowym ośrodku stratnym wprowadzane jest uproszczenie oparte na założe-

niu, że zaburzenia, określane polami zmian wielkości termodynamicznych cieczy, są tego samego rzędu małości co akustyczna liczba Macha  $\varepsilon$ , tzn.  $(\rho - \rho_0)/\rho_0 \approx O(\varepsilon)$ ,  $(P - P_0)/P_0 \approx O(\varepsilon)$ . Właściwość wyboru liczby Macha jako parametru, określającego rząd wielkości, uzasadnia fakt, że nawet dla ciśnienia  $P_0 = 100$  MPa w wodzie akustyczna liczba Macha jest wielkością małą ( $\varepsilon \approx 0.04$ ).

Następne uproszczenie równań uzyskuje się wprowadzając jeszcze jedną bezwymiarową małą wielkość  $\xi$  spodziewaną przy linearyzacji równań (3.1) – (3.4) oraz związaną z współczynnikami lepkości  $\xi = \mu\omega/(\rho_0 c_0^2)$  oraz przewodnictwa cieplnego  $\xi = \kappa\omega\Pi/\rho_0 c_0^2 C_p$  (gdzie  $\omega$  jest charakterystyczną częstotliwością kątową, natomiast  $\Pi$  oznacza liczbę Prandtla, która ma rząd wielkości  $O(1)$  względem  $\varepsilon$  oraz  $\xi$ ). Dla częstotliwości 1 MHz w wodzie w normalnych warunkach wielkość  $\xi \approx 10^{-6}$ . Stąd, pozostawiając oprócz członów  $O(\varepsilon)$  pierwszego rzędu małości wyrazy  $O(\varepsilon^2)$  i  $O(\varepsilon\xi)$  drugiego rzędu małości, a odrzucając wszystkie człony wyższego rzędu małości układ czterech równań dynamiki cieczy w przybliżeniu drugiego rzędu przekształca się do następującej postaci:

1) równanie zachowania masy (3.1) po podstawieniu  $\rho' = \rho - \rho_0$  oraz po przedstawieniu członów  $O(\varepsilon)$  pierwszego rzędu małości do jego lewej strony, a członów  $O(\varepsilon^2)$  drugiego rzędu małości do prawej strony pozostaje ściśle i przyjmuje postać:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u} = -\rho' \nabla \cdot \mathbf{u} - \mathbf{u} \cdot \nabla \rho'. \quad (3.14)$$

2) równanie zachowania pędu (3.2) po podstawieniu  $p = P - P_0$ , po wprowadzeniu następujących wektorowych tożsamości:

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) = \nabla^2 \mathbf{u} + \nabla \times \nabla \times \mathbf{u}, \quad (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \frac{1}{2} \nabla u^2 - \mathbf{u} \times \nabla \times \mathbf{u},$$

gdzie  $u^2 = \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$ , po przeniesieniu członów  $O(\varepsilon)$  pierwszego rzędu małości do jego lewej strony, a członów  $O(\varepsilon^2)$  drugiego rzędu małości do prawej strony oraz po odrzuceniu wszystkich członów wyższego rzędu małości, przyjmuje postać:

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla p = \left( \eta + \frac{4}{3} \mu \right) \nabla^2 \mathbf{u} - \frac{1}{2} \rho_0 \nabla u^2 - \rho' \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}. \quad (3.15)$$

3) aproksymacja równania zachowania entropii (3.3) w przybliżeniu drugiego rzędu następuje po podstawieniu do niego  $s' = s - s_0$ , po zaniedbaniu członu  $\mathbf{u} \nabla s$ , wchodzącego w skład materiałowej pochodnej  $Ds/Dt$  względem czasu oraz uwzględniającego rozproszenie dźwięku na niejednorodnościach temperaturowych,

a także po pominięciu członów zawierających współczynniki lepkości i mających trzeci rząd małości  $O(\zeta \varepsilon^2)$ . Przybliżone równanie (3.3) przyjmuje postać:

$$\rho_0 T_0 \frac{\partial s'}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T'. \quad (3.16)$$

4) w przypadku małych zmian stanu cieczy rozwinięcie równania stanu (3.4) (w odniesieniu do stanu równowagi  $\rho_0, s_0$ ) w szereg Taylora można ograniczyć do liniowego oraz kwadratowego członu, odrzucając człony trzeciego oraz wyższych rzędów małości  $O(\varepsilon^3)$ . Wtedy przybliżenie drugiego rzędu równania stanu przyjmuje postać:

$$p = c_0^2 \rho' + \frac{c_0^2}{\rho_0} \frac{B}{2A} \rho'^2 + \left( \frac{\partial P}{\partial s} \right)_{\rho,0} s'. \quad (3.17)$$

gdzie  $B/A = \frac{\rho_0}{c_0^2} \left( \frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_{s,0}$  jest parametrem nieliniowości cieczy.

Stąd równania (3.14) – (3.17) reprezentują przybliżenia drugiego rzędu pełnych równań (3.1) – (3.4) opisujących dynamikę cieczy oraz jej stan.

### 3. 4. Równanie falowe drugiego rzędu.

W celu sprowadzenia układu uproszczonych równań (3.14) – (3.17) w przybliżeniu drugiego rzędu do jednego nieliniowego równania falowego, opisującego propagację fali akustycznej o skończonej amplitudzie w nieliniowym termolepkim ośrodku, niezbędne jest zastosowanie kolejnych powtarzanych manipulacji, polegających na podstawianiu członów pierwszego rzędu małości  $O(\varepsilon)$  zamiast członów drugiego rzędu małości  $O(\varepsilon^2)$ , jeżeli wynikający z tego błąd jest trzeciego rzędu małości  $O(\varepsilon^3)$ . Na przykład pierwszy człon prawej strony równania (3.14) można przepisać w następujący sposób:

$$-\rho' \nabla \cdot \mathbf{u} = - \left( \frac{p}{c_0^2} \right) \left( - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho'}{\partial t} \right) = \frac{p}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (3.18)$$

Stosując taki sam zabieg do równania (3.15) grupa norweskich naukowców [Aanonsen S. I. *et al.* 1984] otrzymała następujące przybliżenia dla równań zachowania masy oraz pędu:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{1}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial p^2}{\partial t} + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t}, \quad (3.19)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla p = -\frac{1}{\rho_0 c_0^2} \left( \eta + \frac{4}{3} \mu \right) \nabla \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \mathcal{L}, \quad (3.20)$$

gdzie

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \rho_0 u^2 - \frac{p^2}{2 \rho_0 c_0^2} \quad (3.21)$$

jest gęstością w układzie współrzędnych Lagrange'a. W przypadku progresywnej fali płaskiej  $\mathcal{L} = 0$ .

Równania (3.16) oraz (3.17) połączono w następujący sposób. Zastosowano zależność  $\nabla^2 T' = c_0^{-2} \partial^2 T' / \partial t^2$  jako przybliżenie  $O(\varepsilon)$  pierwszego rzędu, co umożliwiło całkowanie równania (3.16) względem czasu, a następnie eliminację  $s'$  z równania (3.17). W celu wyeliminowania temperatury zastosowano równanie  $T = T(\rho, s)$  oraz jego rozwinięcie  $T' = \rho' (\partial T / \partial \rho)_{s,0}$  w przybliżeniu  $O(\varepsilon)$  pierwszego rzędu, żeby uzyskać dalsze podstawienia pierwszego rzędu:

$$\rho' = \frac{p}{c_0^2} - \frac{1}{\rho_0 c_0^4} \frac{B}{2A} p^2 - \frac{\kappa}{\rho_0 c_0^6 T_0} \left( \frac{\partial T}{\partial \rho} \right)_{s,0} \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)_{\rho,0} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.22)$$

W celu przekształcenia trzeciego członu po prawej stronie równania (3.22) zastosowano związki  $(\partial p / \partial s)_{\rho} = \rho^2 (\partial T / \partial \rho)_s$  i  $(\partial T / \partial \rho)_s = RT c^2 / C_p C_v \rho^2$ , gdzie  $R = C_p - C_v$  jest stałą gazową, otrzymując następującą zależność:

$$\rho' = \frac{p}{c_0^2} - \frac{1}{\rho_0 c_0^4} \frac{B}{2A} p^2 - \frac{\kappa}{\rho_0 c_0^4} \left( \frac{1}{C_v} - \frac{1}{C_p} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.23)$$

Odejmując pochodną względem czasu w równaniu (3.19) od dywergencji w równaniu (3.20), a następnie stosując równanie (3.23) w celu wyeliminowania  $\rho'$  i podstawiając zależność  $\nabla^2 p = c_0^{-2} \partial^2 p / \partial t^2$ , jako przybliżenie  $O(\varepsilon^2)$  drugiego rzędu, do członu w równaniu (3.20) uwzględniającego lepkość, Aanonsen S. I. [1984] wyprowadził następujące równanie:

$$\square^2 p + \frac{\delta}{c_0^4} \frac{\partial^3 p}{\partial t^3} = -\frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2} - \left( \nabla^2 + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathcal{L}, \quad (3.24)$$

gdzie  $\square^2 = \nabla^2 - c_0^{-2}(\partial^2/\partial t^2)$  jest operatorem d'Alemberta,  $\beta = 1 + B/2A$  oznacza nieliniowy współczynnik, natomiast  $\delta$  oznacza dyfuzyjność dźwięku, która zgodnie z [Lighthill M. J. 1980] występuje w postaci:

$$\delta = \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{4}{3} \mu + \eta \right) + \frac{\kappa}{\rho_0} \left( \frac{1}{C_v} - \frac{1}{C_p} \right) = v \left( \frac{4}{3} + \frac{\eta}{\mu} + \frac{\gamma-1}{\Pi} \right), \quad (3.25)$$

gdzie  $v = \mu/\rho_0$  jest kinematyczną lepkością.

Podsumowując, równanie (3.24) jest nieliniowym równaniem falowym drugiego rzędu, opisującym rozchodzenie się trójwymiarowej fali akustycznej o skończonej amplitudzie w nieliniowej cieczy o słabej lepkości oraz słabym przewodnictwie cieplnym ( $\zeta \ll 1$ ) z uwzględnieniem wpływu wzajemnego oddziaływania zjawisk nieliniowych i dysypacyjnych na zniekształcenie tej fali podczas propagacji. Bezstratne postacie równania (3.24) zostały wyprowadzone dla fali płaskiej przez Eckarta C. [1948] oraz Westervelta P. J. [1957, 1963].

Jeżeli rozwiązanie równania (3.24) dla przypadku propagacji liniowej poszukiwane jest w postaci funkcji  $\exp[j(\omega t - Kz)]$ , wtedy słabosygnałowy współczynnik absorpcji  $\alpha(\omega) = -\text{Im} K$ , gdzie  $K = k \sqrt{1 - j\omega\delta/c_0^2}$  jest charakterystyczną liczbą falową, natomiast  $k = \omega/c_0$  oznacza liczbę falową. Po rozwinięciu powyższego dwumianu otrzymujemy (pod warunkiem, że  $\alpha \ll k$ ):

$$\alpha \cong \delta \omega^2 / 2 c_0^3. \quad (3.25a)$$

### 3. 5. Równanie Westervelta.

Równanie Westervelta P. J. [1963] można otrzymać z równania (3.24) odrzucając człon zawierający wielkość  $\mathcal{L}$ , która dla progresywnej fali płaskiej jest równa zero z dokładnością do wyrazów drugiego rzędu małości  $O(\varepsilon^2)$ . W ogólnym zaś przypadku podstawą do pominięcia  $\mathcal{L}$  jest możliwość rozróżnienia kumulacyjnych zjawisk nieliniowych od lokalnych [Aanonsen S. I. *et al.* 1984].

Wprowadzając do równania (3.21) skalarny potencjał prędkości  $\varphi$  oraz przybliżenie  $O(\varepsilon)$  pierwszego rzędu w postaci zależności  $p = -\rho_0 \partial \varphi / \partial t$ , można go przepisać w przybliżeniu  $O(\varepsilon^2)$  drugiego rzędu jako  $\mathcal{L} = \frac{1}{4} \rho_0^2 \varphi^2$ . Wtedy równanie (3.24) przyjmuje postać:

$$\square^2 \left[ p + \frac{\rho_0}{4} \left( \nabla^2 + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \varphi^2 \right] + \frac{\delta}{c_0^4} \frac{\partial^3 p}{\partial t^3} = - \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2}. \quad (3.26)$$

Następnie, wprowadzając pomocniczą zmienną  $\tilde{p}$ , zdefiniowaną jako

$$\tilde{p} = p + \frac{\rho_0}{4} \left( \nabla^2 + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \varphi^2, \quad (3.27)$$

eliminując  $p$  z równania (3.26) oraz odrzucając człony  $O(\varepsilon^3)$  trzeciego rzędu małości, równanie to przyjmuje postać:

$$\square^2 \tilde{p} + \frac{\delta}{c_0^4} \frac{\partial^3 \tilde{p}}{\partial t^3} = - \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 \tilde{p}^2}{\partial t^2}, \quad (3.28)$$

Układ równań (3.27) i (3.28) jest zgodny z równaniem (3.24) z dokładnością do członów drugiego rzędu małości  $O(\varepsilon^2)$ , stąd równanie Westervelta odpowiada założeniu, że  $\tilde{p} \cong p$ . Równanie (3.28) jest ważne w obszarze, w którym ważna jest aproksymacja  $\tilde{p} \cong p$ .

Wyprowadzone przez Westervelta P. J. [1963] równanie (3.28) jest bezstratną postacią pełnego nieliniowego równania falowego drugiego rzędu (3.24) przy założeniu  $\tilde{p} = p$ . Równanie (3.28) stosowane jest w przypadku, gdy nieliniowe zjawiska kumulacyjne dominują nad nieliniowymi zjawiskami lokalnymi. Bezstratną postać równań (3.27) i (3.28) otrzymali niezależnie również Morse P. M. i Ingard K. U. [1968].

### 3. 6. Równanie Burgersa.

Równanie Burgersa jest najprostszym modelem teoretycznym opisującym propagację progresywnej płaskiej fali akustycznej o skończonej amplitudzie w nieliniowym ośrodku stratnym z uwzględnieniem łącznego wpływu zjawisk nieliniowych oraz dyspersyjnych na rozchodzenie się tej fali.

Punktem wyjściowym do wyprowadzenia równania Burgersa jest jednowymiarowa postać równania Westervelta (3.28):

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) p + \frac{\delta}{c_0^4} \frac{\partial^3 p}{\partial t^3} = - \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2}. \quad (3.29)$$

Metoda uproszczenia tego równania opiera się na przybliżonym rozwiązaniu tego równania dla progresywnej płaskiej fali akustycznej w dwóch granicznych przypadkach: 1) gdy nie ma strat na rozproszenie oraz 2) gdy nie ma zjawisk nieliniowych.

W pierwszym przypadku wykorzystując rozwiązanie w postaci równania (3.12) oraz podstawiając zależność  $u = p / \rho_0 c_0$  otrzymujemy:

$$p = f \left[ \tau + \frac{\beta p}{\rho_0 c_0^3} z \right], \quad (3.30)$$

gdzie  $\tau = t - z / c_0$  jest czasem retardowanym.

W drugim przypadku wykorzystując liniowe rozwiązanie (3.25a) równania (3.24) mamy:

$$p = p_0 \exp \left[ j\omega\tau - \frac{\delta \omega^2}{2c_0^3} z \right], \quad (3.31)$$

W obu przypadkach współczynnik przy  $z$  jest pierwszego rzędu  $O(\varepsilon)$  małości. Stąd każde z tych rozwiązań można przedstawić w postaci:

$$p = p(z_1, \tau), \quad z_1 = \varepsilon z. \quad (3.32)$$

Istotą równań (3.32) jest to, że w układzie czasu retardowanego (opóźnionego względem układu czasu referencyjnego, poruszającego się z prędkością  $c_0$ ) nieliniowość oraz absorpcja z osobna powodują tylko powolną zmianę kształtu fali jako funkcję odległości od źródła. Oprócz tego z równań tych wynika, że względny rząd wielkości zniekształcenia, wywołanego każdym z wymienionych zjawisk z osobna, jest taki sam, a mianowicie pierwszego rzędu małości  $O(\varepsilon)$ . Stąd można oczekiwać, że wspólne oddziaływanie nieliniowości oraz absorpcji spowoduje zniekształcenie tego samego rzędu. Współrzędna  $z_1$ , nazywana współrzędną *powolnej skali*, związana jest z czasem retardowanym.

Przepisując równanie (3.29) w nowym układzie współrzędnych  $(z_1, \tau)$ , po wyznaczeniu pochodnych cząstkowych otrzymamy:

$$\varepsilon^2 \frac{\partial^2 p}{\partial z_1^2} - \varepsilon \frac{2}{c_0} \frac{\partial^2 p}{\partial z_1 \partial \tau} + \frac{\delta}{c_0^4} \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3} = - \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2}. \quad (3.33)$$

Pierwszy człon w tym równaniu jest trzeciego rzędu małości  $O(\varepsilon^3)$ , dlatego można go pominąć. Całkując pozostałe wyrazy względem  $\tau$  oraz mnożąc otrzymane równanie przez  $(-c_0/2)$  otrzymujemy:

$$\varepsilon \frac{\partial p}{\partial z_1} - \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} = \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial p^2}{\partial \tau}. \quad (3.34)$$



W równaniu (3.34) wszystkie trzy człony, uwzględniające wpływ strat dysypacyjnych w ośrodku, jego nieliniowość oraz szybkość zmian kształtu fali akustycznej w funkcji odległości od źródła, są tego samego rzędu małości  $O(\varepsilon^2)$ . Powracając znowu do współrzędnej  $z$ , równanie (3.34) przekształca się do postaci:

$$\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} = \frac{\beta p}{\rho_0 c_0^3} \frac{\partial p}{\partial \tau}. \quad (3.35)$$

Równanie (3.35), znane jako równanie Burgersa, jest najbardziej rozpowszechnionym modelowym równaniem falowym, stosowanym do badania łącznego wpływu dysypacji oraz nieliniowości ośrodka na propagację w nim płaskiej jednowymiarowej fali akustycznej o skończonej amplitudzie. Równanie (3.30) jest rozwiązaniem równania (3.35) dla  $\delta = 0$ , natomiast równanie (3.31) jest rozwiązaniem równania (3.35) dla  $\beta = 0$ .

### 3. 7. Równanie KZK.

Równanie KZK (Khokhlov – Zabolotskaya – Kuznetsov) jest rozszerzeniem równania Burgersa i opisuje rozchodzenie się trójwymiarowej fali akustycznej o skończonej amplitudzie w nieliniowej i dyspersyjnej cieczy. Uwzględnia ono łączny wpływ takich zjawisk jak dyfrakcja, absorpcja oraz nieliniowość ośrodka na rozkład ciśnienia w kierunkowej wiązce. Przy wyprowadzeniu równania KZK autorzy założyli, że oś nieliniowej wiązki akustycznej pokrywa się z kierunkiem dodatnim osi  $z$ , płaszczyzny  $(x, y)$  są prostopadłe do tej osi, płaskie źródło akustyczne o charakterystycznym promieniu  $a$  określone jest w płaszczyźnie  $z = 0$ , natomiast jego częstotliwość spełnia warunek  $ka \gg 1$  ( $k = 2\pi/\lambda$  jest liczbą falową,  $\lambda$  oznacza długość rozchodzącej się fali). Założenia powyższe zapewniają umiarkowaną kierunkowość wiązki, a mianowicie powodują, że pole akustyczne jest skoncentrowane w pobliżu osi  $z$ , a czoło propagującej się fali jest kwazi-płaskie.

Zgodnie z teorią liniową, wiązki kierunkowe posiadają obszar pola bliskiego oraz pola dalekiego. Granica pola bliskiego znajduje się w odległości  $z = a^2/\lambda$  od źródła. W obszarze pola bliskiego czoło fali jest w przybliżeniu płaskie, natomiast w obszarze pola dalekiego – sferyczne.

Punktem wyjściowym przy wyprowadzeniu równania KZK było założenie, że zmiany kształtu fali akustycznej zarówno wzdłuż jak i w poprzek kierunku propagacji następują powoli, a także, że wpływ każdego z trzech przyczyniających się do zniekształcenia fali zjawisk: absorpcji, nieliniowości oraz dyfrakcji powoduje zmianę kształtu tego samego rzędu wielkości  $O(\varepsilon^2)$ . Żeby spełnić ten warunek

autorzy dokonali wyboru nowego układu współrzędnych *powolnej skali* oraz czasu retardowanego:

$$p = p(x_1, y_1, z_1, \tau), \quad (x_1, y_1, z_1) = (\sqrt{\varepsilon} x, \sqrt{\varepsilon} y, \varepsilon z), \quad \tau = t - z/c_0. \quad (3.36)$$

Z równań (3.36) wynika, że szybkość zmiany kształtu fali wzdłuż kierunku propagacji następuje wolniej o rząd wielkości  $O(\sqrt{\varepsilon})$  niż w kierunkach poprzecznych do osi promieniowania wiązki, chociaż zakres długości wiązki w kierunku propagacji, określany długością pola bliskiego, jest znacznie większy niż zakres w poprzek wiązki, określany długością promienia  $a$ .

Dokonując zamiany współrzędnych w równaniu Westervelta (3.28) współrzędnymi *powolnej skali* oraz odrzucając człony  $O(\varepsilon^3)$  powyżej drugiego rzędu małości otrzymujemy:

$$\varepsilon \left( \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} \right) p - \varepsilon \frac{2}{c_0} \frac{\partial^2 p}{\partial z_1 \partial \tau} + \frac{\delta}{c_0^4} \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3} = - \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2}. \quad (3.37)$$

Równanie (3.37) potwierdza, że wprowadzenie *powolnej skali* spowodowało, że człon, uwzględniający wpływ dyfrakcji, jest tego samego rzędu wielkości  $O(\varepsilon^2)$  co człony, uwzględniające wpływ absorpcji oraz nieliniowości. Przekształcając równanie (3.37) z układu współrzędnych *powolnej skali*  $(x_1, y_1, z_1, \tau)$  z powrotem do układu  $(x, y, z, \tau)$  mamy:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z \partial \tau} - \frac{c_0}{2} \nabla_{\perp}^2 p - \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3} = \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2}, \quad (3.38)$$

gdzie  $\nabla_{\perp}^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$  jest składową operatora Laplace'a działającą w płaszczyźnie prostopadłej do osi  $z$  promieniowania wiązki. Równanie (3.38), czyli równanie KZK, jest modelowym nieliniowym równaniem falowym bardzo szeroko stosowanym do opisu łącznego wpływu zjawiska dyfrakcji, absorpcji oraz nieliniowości ośrodka na formowanie nieliniowej wiązki, powstającej podczas rozchodzenia się fali akustycznej o skończonej amplitudzie w nieliniowym ośrodku tłumiącym. Na początku równanie (3.38) zostało wyprowadzone dla ośrodka bezstratnego ( $\delta = 0$ ) przez Zabolotskaya E. A. i Khokhlov R. V. [1969], a następnie Kuznetsov V. P. [1970] wprowadził do niego człon, uwzględniający straty dysypacyjne. Późniejsze modyfikacje były wprowadzane przez Tjøtta J. N. i Tjøtta S. [1981] w oparciu o metodę wielokrotnych skal. W przypadku, gdy nieobecna jest dyfrakcja ( $\nabla_{\perp}^2 p = 0$ ) równanie KZK upraszcza się do równania Burgersa.



## 4. Modelowanie numeryczne nieliniowej propagacji.

### 4. 1. Wprowadzenie.

Na podstawie dokonanego przeglądu istniejącego stanu wiedzy w zakresie akustycznych metod pomiarowych stosowanych do wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  cieczy i tkanek biologicznych nasuwa się wniosek, że poczynając od pierwszych publikacji na temat prób rozwiązania tego zagadnienia opierały się na uproszczonych modelach teoretycznych, zakładających, że rozchodząca się w badanym ośrodku fala akustyczna jest płaska, że odległość pomiędzy źródłem a odbiornikiem jest znacznie mniejszą niż odległość utraty ciągłości, jak również, że straty dysypacyjne w ośrodku nie istnieją. Trwające od początku lat 80-ch doskonalenie pomiarowych metod wyznaczania wartości  $B/A$  biologicznych cieczy lub tkanek opierało się na modyfikacji dotychczas stosowanych uproszczonych wzorów, polegającej na wprowadzaniu do nich kolejnych skomplikowanych członów uwzględniających wpływ istniejących w rzeczywistym ośrodku zjawisk dyfrakcji oraz absorpcji na zniekształcenie rozchodzącej się w nim fali akustycznej o skończonej amplitudzie. W związku z powyższym dokładność stosowanych dotychczas metod wyznaczania parametru  $B/A$ , szczególnie w przypadku niejednorodnych tkanek biologicznych, jest niewystarczająca i wymaga zastosowania bardziej dokładnego modelu matematycznego, opisującego bez ograniczeń stosowalności rozchodzenie się trójwymiarowej fali akustycznej o skończonej amplitudzie w rzeczywistej cieczy lub tkance z uwzględnieniem liniowych (dyfrakcji, absorpcji) oraz nieliniowych (wzajemnych oddziaływań harmonicznym) zjawisk towarzyszących nieliniowej propagacji. Większość autorów do modelowania pól wytwarzanych przez źródła akustyczne w nieliniowych ośrodkach stratnych stosuje model matematyczny oparty na równaniu KZK. Jest to nieliniowe równanie paraboliczne, zakładające kierunkowość wytwarzanej wiązki i uwzględniające wpływ efektów dyfrakcji, absorpcji oraz nieliniowości ośrodka na jej formowanie. Równanie KZK dla sygnałów periodycznych zwykle rozwiązywane jest numerycznie w dziedzinie częstotliwości stosując metodę skończonej różnicy w celu posuwania fali naprzód małymi krokami. Przebieg w czasie początkowego, sinusoidalnego impulsu ciśnienia fali akustycznej na powierzchni źródła rozwijany jest w szereg Fouriera, zawierający człony odpowiadające zarówno składowej podstawowej jak i wyższym składowym harmonicznym. Z przyczyn numerycznych szereg ten jest obcinany na  $N$ -tej składowej. Pozwala to wyprowadzić układ, składający się z  $N$  par równań, rozwiązanie których wyznacza amplitudę każdej składowej widmowej dla każdego węzła siatki w płaszczyźnie  $(x, y)$ , znajdującej się w odległości  $(z + \Delta z)$  od źródła, na podstawie amplitudy tej że składowej dla takiego samego węzła siatki z poprzedniej, równoległej płaszczyzny  $(x, y)$ , znajdującej się w odległości  $z$  od źródła promieniowania. Układ sparowanych równań, z których jedno uwzględnia wpływ dyfrakcji wraz z absorp-

cją, a drugie – wpływ nieliniowych wzajemnych oddziaływań składowych harmonicznych wewnątrz odcinka drogi  $\Delta z$ , można rozwiązywać za pomocą różnych numerycznych metod. Pierwsza taka metoda dla źródeł z symetrią osiową została opracowana przez Aanonsena [Aanonsen S. I. *et al.* 1984] i jest znana jako numeryczny kod Bergena.

## 4. 2. Numeryczny model propagacji fal akustycznych w nieliniowym ośrodku stratnym.

Przedstawiona w obecnej pracy metodyka badań prowadzących do opracowania nowej metody wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  biologicznych cieczy lub tkanek za pomocą fal ultradźwiękowych o skończonej amplitudzie opiera się na oryginalnym modelu matematycznym, opracowanym przez Wójcika [Wójcik J. 1998] i będącym tematem jego rozprawy habilitacyjnej. Zmodyfikował on nieliniowe równanie falowe KZK dla skalarnego potencjału akustycznego, wprowadzając do niego liniowy (względem wektora prędkości akustycznej) operator absorpcji oraz liniowy hiperboliczny operator dyfrakcji. Powyższy model nie ma ograniczeń stosowalności, spowodowanych różnego rodzaju założeniami i uproszczeniami. Opisuje on z dużą dokładnością, zarówno w polu bliskim jak i dalekim, propagację trójwymiarowej fali akustycznej o skończonej amplitudzie, generowanej przez źródło do rzeczywistej cieczy lub tkanki biologicznej o absorpcji dowolnie zależnej od częstotliwości. Równania powyższego modelu uwzględniają wpływ zjawisk liniowych (dyfrakcji i absorpcji) oraz nieliniowych (wzajemnych oddziaływań samoistnie generujących się harmonicznych) na zniekształcenie początkowo sinusoidalnej fali akustycznej podczas jej rozchodzenia się w rzeczywistej cieczy lub tkance..

Jeżeli kierunek dodatniej osi  $z$  pokrywa się z kierunkiem propagacji wiązki, a źródło fali akustycznej znajduje się na płaszczyźnie  $z = 0$ , prostopadłej do tej osi, modelowe nieliniowe równanie falowe w bezwymiarowym układzie zmiennych ma postać:

$$\nabla^2 \varphi - \partial_{tt} \varphi - 2\partial_t A\varphi - \varepsilon\beta \partial_t (\partial_t \varphi)^2 = 0, \quad (4.1)$$

gdzie

$$\mathbf{u} = \nabla \varphi, \quad \beta = 1 + B/2A,$$

$$A\varphi = A(t) \otimes \varphi(\mathbf{x}, t), \quad A(t) = F^{-1}[\alpha(\omega)],$$

$\nabla$  – operator gradientu;  $\nabla^2$  – operator Laplace’a;  $F^{-1}$  – odwrotna transformata Fouriera;  $p(\mathbf{x}, t) \equiv -\partial_t \varphi(\mathbf{x}, t)$  – przebieg czasowy ciśnienia impulsu fali akustycznej w badanym punkcie przestrzeni o współrzędnych  $(x, y, z)$ , znormalizowany wzglę-

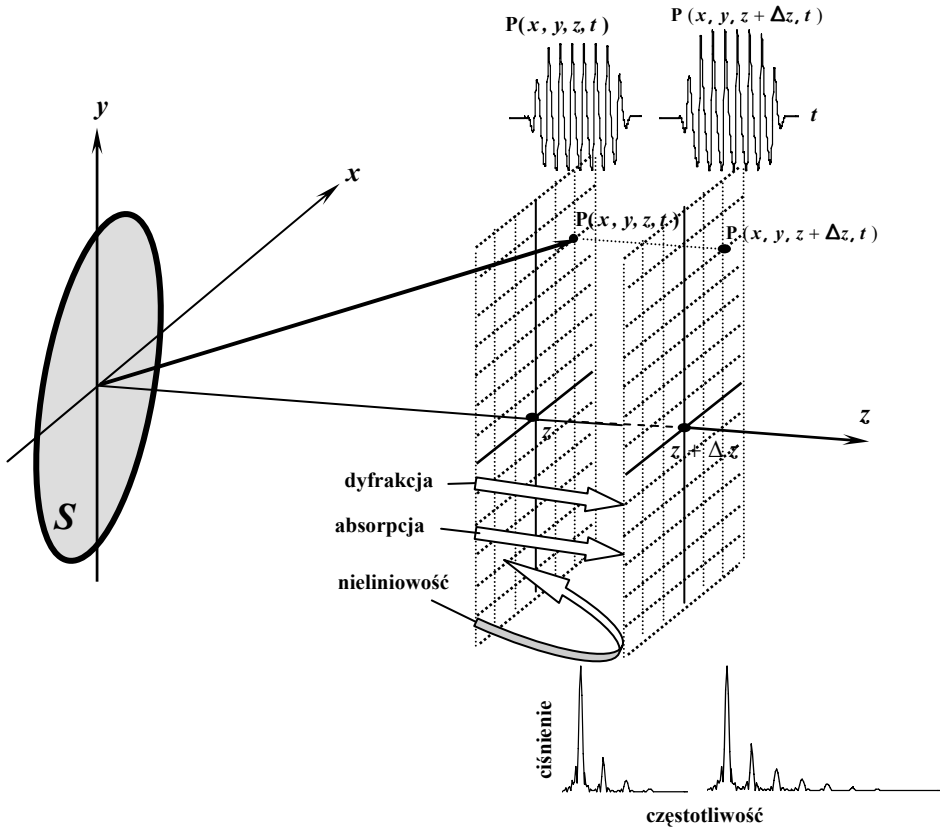
dem średniego ciśnienia  $p_0$  na powierzchni źródła;  $\varphi(\mathbf{x}, t)$  – znormalizowany potencjał akustyczny w tym punkcie;  $\mathbf{u}$  – wektor pola prędkości akustycznej;  $A$  – operator absorpcji o charakterze splotowym;  $t$  – czas, znormalizowany względem  $\omega_0 = 2\pi f_0$ , gdzie  $f_0$  – częstotliwość powtarzania rozchodzącego się impulsu; indeks  $t$  oznacza pochodną cząstkową względem bezwymiarowego czasu,  $\mathbf{x}$  – wektor współrzędnych przestrzennych  $(x, y, z)$  w układzie Kartezjańskim lub współrzędnych  $(r, z)$  w układzie cylindrycznym (w przypadku zagadnień z symetrią osiową), normalizowany względem  $k_0$ , gdzie  $k_0 = 2\pi f_0 / c_0$ ;  $\varepsilon \equiv p_0 / \rho_0 c_0^2$  – akustyczna liczba Macha;  $B/A$  – parametr nieliniowości badanej cieczy;  $\rho_0, c_0$  – odpowiednio gęstość i prędkość propagacji fali akustycznej w ośrodku nie zaburzonym;  $\omega = n \cdot \omega_0$ , gdzie  $n$  – numer składowej widmowej;  $\otimes$  – znak splotu w odniesieniu do współrzędnych przestrzennych;  $\alpha(\omega) = \delta \omega^b$  – słabosygnałowy współczynnik absorpcji, gdzie  $\delta$  – dyfuzyjność dźwięku,  $b$  – wykładnik, określający zależność współczynnika absorpcji od częstotliwości (dla cieczy  $b = 2$ , dla tkanek  $b = 1 \div 1.3$ ).

Równanie (4.1) zostało rozwiązane numerycznie [Wójcik J. 2000] dla źródeł osiowosymetrycznych. Rozwiązania dokonano w dziedzinie częstotliwości przy zastosowaniu metody posuwania impulsu fali akustycznej naprzód (w kierunku dodatnim osi  $z$ ) małymi przyrostowymi krokami oraz techniki rozdzielania operatorów drugiego rzędu, za pomocą których łączny wpływ zjawisk liniowych (dyfrakcji i absorpcji) na zniekształcenie fali wewnątrz każdego przyrostowego kroku uwzględniany jest oddzielnie od wpływu zjawisk nieliniowych (wzajemnych oddziaływań składowych harmonicznych). Metodę posuwania impulsu ciśnienia akustycznego naprzód małymi przyrostowymi krokami  $\Delta z$ , wewnątrz których obliczane są zmiany amplitud składowych widmowych, spowodowane wpływem dyfrakcji, absorpcji oraz nieliniowości ośrodka ilustruje Rys. 4.1.

Numeryczne rozwiązanie równania (4.1) w postaci 3D kodu numerycznego dla źródeł akustycznych z symetrią osiową wraz z jego implementacją komputerową w postaci 3D solvera numerycznego stworzyło potężne narzędzie badawcze, które zostało wykorzystane przez autorkę do badań metodą symulacji numerycznych nieliniowych pól, wytwarzanych przez okrągłe płaskie źródła akustyczne w biologicznych cieczach oraz tkankach, jak również do opracowania nowej metody wyznaczania wartości ich parametru nieliniowości. Powyższe narzędzie pozwoliło autorce na szybkie przewidywanie przestrzenno-czasowych oraz przestrzenno-widmowych rozkładów ciśnienia w nieliniowej wiązce dla różnych warunków brzegowych, określanych parametrami geometrycznymi źródła, parametrami jego pracy oraz liniowymi i nieliniowymi własnościami badanego ośrodka. 3D solver numeryczny został skompilowany oraz uruchomiony w języku maszynowym FORTRAN. Jedną z ważnych zalet tego solvera jest zdolność rozwiązywania tak

skomplikowanego zagadnienia korzystając tylko z powszechnie dostępnego komputera osobistego PC o odpowiedniej mocy obliczeniowej.

Do szybkiej wizualizacji graficznej wyników symulacji numerycznych w postaci: 1) czasowego przebiegu ciśnienia impulsu fali akustycznej wraz z jego widmem w dowolnym punkcie nieliniowego pola, a także 2) rozkładów ciśnienia peak-to-peak, peak-compression, peak-rarefaction lub składowych harmonicznych w dowolnie wybranych osiach lub płaszczyznach tego pola został opracowany przez Wójcika J., a następnie zmodyfikowany przez autorkę pakiet graficzny (na bazie użytkowego programu komputerowego Mathcad) zaopatrzony w kolorową trójwymiarową grafikę, który umożliwiał szybką wizualizację przestrzenno-czasowej oraz przestrzenno-widmowej struktury nieliniowych wiązek w zależności od rozpatrywanych parametrów warunków brzegowych, zarówno w postaci stacjonarnych wykresów jak i w postaci dynamicznej animacji przebiegu procesu zniekształcania fali akustycznej rozchodzącej się w ośrodku rzeczywistym.



Rys. 4. 1. Ilustracja metody posuwania fali naprzód małymi przyrostowymi krokami.

Umiejętność obsługi i modyfikacji 3D solvera numerycznego (nazywanego dalej również algorytmem obliczeniowym) oraz pakietu graficznego umożliwiły autorce przeprowadzenie metodą symulacji numerycznych ilościowej analizy wpływu na przestrzenno-widmową strukturę nieliniowego pola, wytwarzanego przez płaskie okrągłe źródło akustyczne w rzeczywistej cieczy, takich czynników jak: 1) kształt, rozmiary geometryczne i częstotliwość źródła, 2) początkowa amplituda ciśnienia generowanego przez niego impulsu fali akustycznej oraz funkcja apodyzacji promieniującej apertury, 3) obwiednia i częstotliwość powtarzania generowanych sinusoidalnych impulsów akustycznych, a także 4) liniowe i nieliniowe własności ośrodka propagacji. Powyższe parametry wprowadzono do 3D solvera numerycznego jako parametry wejściowe.

#### 4. 2. 1. Warunki brzegowe

Do przeprowadzenia symulacji numerycznych przestrzenno-czasowych oraz przestrzenno-widmowych rozkładów ciśnienia w nieliniowej wiązce dla jednego przypadku warunków brzegowych niezbędne jest wprowadzenie do 3D solvera numerycznego następujących parametrów wejściowych:

1. efektywnych rozmiarów źródła (dla źródeł osiowosymetrycznych – efektywnego promienia  $a_t$ );
2. analitycznej funkcji apodyzacji promieniującej apertury;
3. promienia cylindra  $r$  ograniczającego pole zbierania i zapisywania do pamięci komputerowej wyników obliczeniowych, określającego równocześnie maksymalną poprzeczną powierzchnię ich uśredniania;
4. średniej amplitudy ciśnienia  $p_0$  na powierzchni źródła, częstotliwości jego drgań, czasu trwania (ilości okresów częstotliwości nośnej) i obwiedni początkowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej, a także częstotliwości jego powtarzania;
5. zakresu penetracji wzdłuż oraz w poprzek osi  $z$  promieniowania wiązki;
6. liniowych i nieliniowych parametrów akustycznych, charakteryzujących ośrodek (gęstości, prędkości propagacji fali akustycznej, słabosygnalowego współczynnika tłumienia  $\alpha$  oraz wykładnika  $b$ , określającego jego częstotliwościową zależność, a także parametru nieliniowości  $B/A$ ).

Posiadając tak efektywne czasowo narzędzie badawcze w postaci 3D solvera numerycznego do szybkiego przewidywania trójwymiarowych rozkładów ciśnienia w nieliniowych wiązkach akustycznych wytwarzanych w rzeczywistych cieczach lub tkankach biologicznych oraz umiejętność jego obsługi i modyfikacji autorka przeprowadziła szereg symulacji numerycznych nieliniowych pól, wytwarzanych



przez płaskie okrągłe źródło akustyczne w wodzie (której liniowe i nieliniowe właściwości akustyczne dla różnych temperatur są dobrze zbadane i opublikowane w literaturze), dla wybranych warunków brzegowych w celu weryfikacji wyników obliczeń numerycznych z wynikami pomiarów.

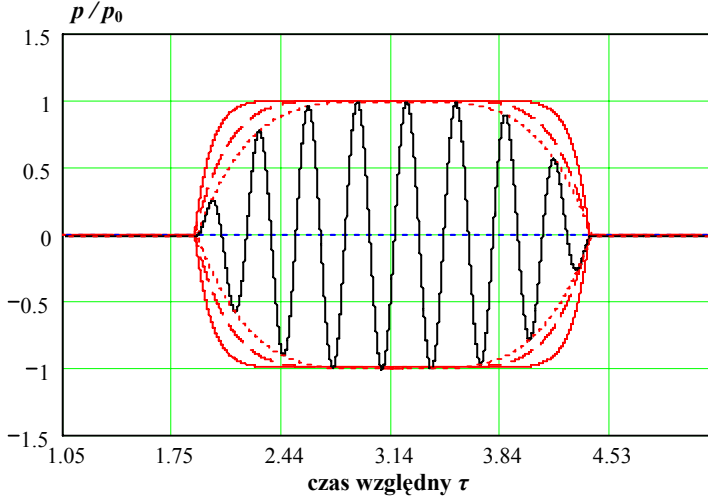
Metodyka badań polegała na wprowadzaniu do 3D solvera parametrów wejściowych najbardziej zbliżonych do rzeczywistych, stosowanych w praktyce klinicznej, które można było zweryfikować eksperymentalnie za pomocą otrzymanego w darze od prof. J. Somera z Holandii (związanego z Zakładem Ultradźwięków IPPT PAN wieloletnią współpracą naukową) najnowszego modelu szerokopasmowego (skalibrowanego w zakresie  $1 \div 40$  MHz) membranowego hydrofonu pomiarowego, wykonanego z folii piezoelektrycznej PVDF (model Sonora Medical Inc. S/N S5-152 z przedwzmacniaczem P-159), o średnicy aktywnej elektrody 0.414 mm, a następnie porównaniu wyników obliczeń z wynikami pomiarów.

Zwykle w praktyce klinicznej dla celów obrazowania diagnostycznego tkanek miękkich są stosowane przetworniki piezoelektryczne o promieniu  $a_t = 5 \div 15$  mm. W celu wykorzystania zjawisk nieliniowych do harmonicznej wizualizacji tkanek zjawiska nieliniowe muszą być wyraźne, a w związku z powyższym natężenie generowanej fali akustycznej musi być duże. Z drugiej zaś strony amplituda ciśnienia w wiązkach ultradźwiękowych jest ograniczona przepisami Amerykańskiego Instytutu Ultradźwięków w Medycynie (AIUM) wynikającymi z obaw o uszkodzenie badanych tkanek ludzkich efektami termicznymi lub mechanicznymi (kawitacją). Ze względów na bezpieczeństwo pacjenta maksymalne wartości ciśnienia w wiązkach diagnostycznych, na które można narazić pacjenta, zgodnie z zaleceniami ODS (Output Display Standard) [Ziskin M. C. i Lewin P.A. 1993] wynoszą 8.8 MPa dla ciśnienia peak-compression oraz 4.3 MPa dla ciśnienia peak-rarefaction. Stąd standardowa amplituda początkowego ciśnienia na powierzchni przetwornika nadawczego, stosowana w diagnostycznej aparaturze medycznej, powinna znajdować się w zakresie  $p_0 = 0.1 \div 0.4$  MPa. Zakres częstotliwości impulsów, generowanych przez typową głowicę ultradźwiękową, stosowaną do celów diagnostycznych tkanek miękkich, znajduje się w przedziale  $f_0 = 1 \div 4$  MHz. Obwiednia początkowego sinusoidalnego impulsu ciśnienia fali akustycznej wprowadzana była w postaci analitycznej funkcji wielomianowej:

$$f(t) = \begin{cases} \left(1 - \left| \frac{t - t_c}{t_e - t_s} \right|^m\right) \sin[\omega(t - t_c)] & \text{dla } t_s \leq t \leq t_e \\ f(t) = 0 & \text{dla } t \notin (t_s, t_e) \end{cases} \quad (4.2)$$

gdzie  $t_s$ ,  $t_c$ ,  $t_e$  – bezwymiarowy czas, określający początek, środek oraz koniec impulsu początkowego. Zmieniając wartość wykładnika  $m$  dobiera się obwiednię tak, żeby kształt impulsu obliczeniowego był najbardziej zbliżony do przebiegu

czasowego ciśnienia impulsu zmierzonego na osi wiązki w pobliżu powierzchni przetwornika nadawczego. Rys. 4.2 pokazuje zależność kształtu obwiedni  $f(t)$  od wartości wykładnika  $m$ .

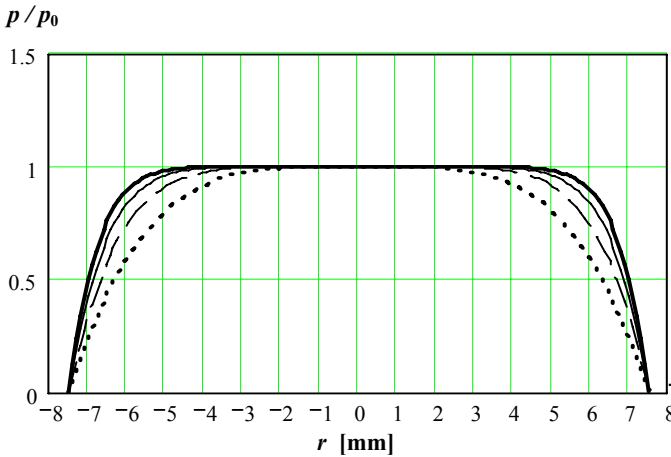


Rys. 4. 2. Przebieg czasowy ciśnienia początkowego impulsu akustycznego o częstotliwości 2 MHz (znormalizowanego względem średniego ciśnienia  $p_0$  na powierzchni źródła) wraz z obwiednią w postaci funkcji (4.2) dla  $m = 4$  (linia kropkowana),  $m = 6$  (linia przerywana),  $m = 12$  (linia ciągła).

Funkcję apodyzacji promieniującej apertury lub poprzeczny rozkład ciśnienia na powierzchni źródła (jako kolejny parametr wejściowy 3D solwera numerycznego) wprowadzano w postaci funkcji analitycznej:

$$f(r) = \left| 1 - \left( \frac{r}{a_t} \right)^q \right|, \quad (4.3)$$

(gdzie  $a_t$  jest promieniem źródła,  $q$  - dodatnią liczbą całkowitą) metodą porównania zmierzonego poprzecznego rozkładu ciśnienia w pobliżu przetwornika nadawczego z rozkładem obliczonym w tej samej odległości dla różnych zakładanych funkcji  $f(r)$  na powierzchni źródła, uzyskiwanych metodą zmiany wartości  $q$ . Wykładnik  $q$  dobiera się tak, żeby obliczony rozkład poprzeczny w bezpośredniej bliskości od źródła był najbardziej zbliżony do rozkładu zmierzonego w takiej samej odległości. Na Rys. 4.3 pokazano zależność funkcji apodyzacji  $f(r)$  od wykładnika  $q$ .



Rys. 4. 3. Poprzeczny rozkład ciśnienia (znormalizowanego względem początkowej amplitudy  $p_0$  na powierzchni płaskiego źródła o promieniu  $a_t = 7.5$  mm) obliczony według wzoru (4.3) dla  $q = 4$  (linia kropkowana), 6 (linia przerywana), 8 (cienka linia ciągła), 10 (gruba linia ciągła).

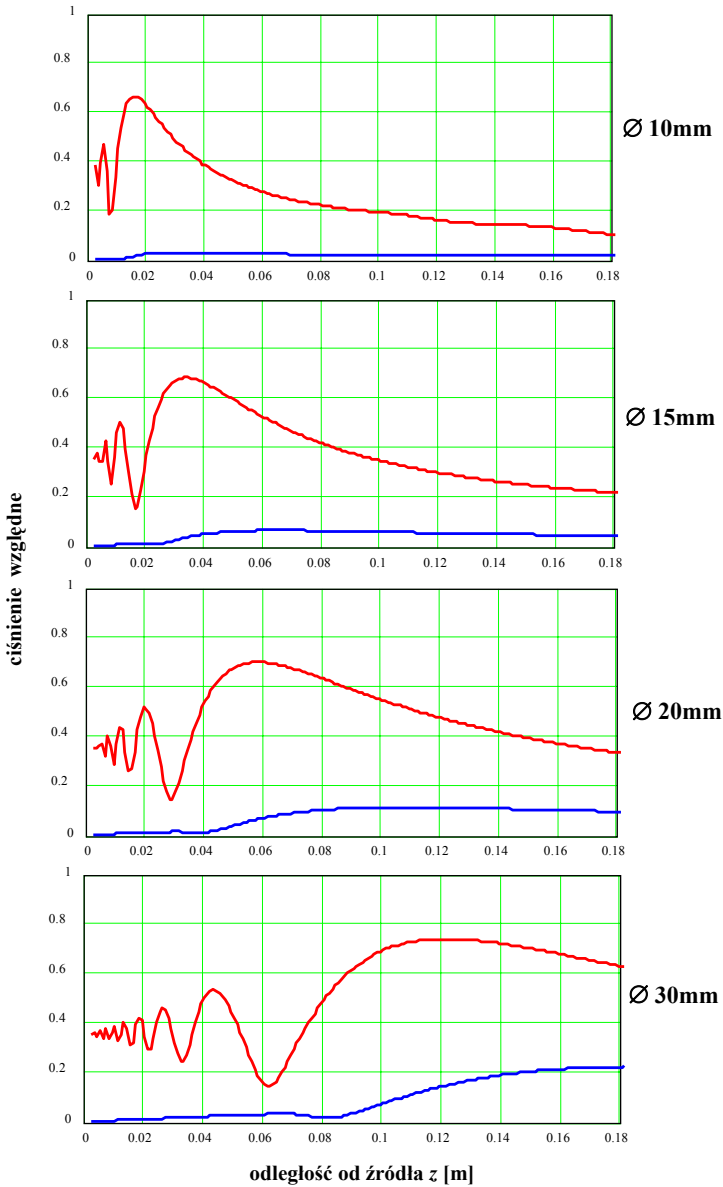
#### 4. 2. 2. Wyniki numerycznych symulacji nieliniowych pól w wodzie.

Na początku autorka dokonała na podstawie szeregu przeprowadzonych symulacji numerycznych dla wybranych przypadków warunków brzegowych [Kujawska T. *et al.*, 2003; 2004] ilościową analizę wpływu średnicy oraz częstotliwości rezonansowej  $f_0$  płaskiego źródła akustycznego, jak również amplitudy  $p_0$  średniego ciśnienia na jego powierzchni na przestrzenno-widmową strukturę nieliniowego pola, wytwarzanego przez to źródło w wodzie. Zostały rozpatrzone płaskie źródła o średnicy 10, 15, 20, 30 mm generujące do wody 4- lub 8-okresowe sinusoidalne impulsy fali ultradźwiękowej o częstotliwości  $f_0 = 1, 2, 3, 4$  MHz, początkowej amplitudzie ciśnienia  $p_0 = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$  MPa oraz obwiedni w postaci funkcji wielomianowej opisywanej równaniem (4.1) dla  $m = 4$ . Funkcja apodyzacji promieniającej apertury opisywana była równaniem (4.2) dla wykładnika  $q = 8$ .

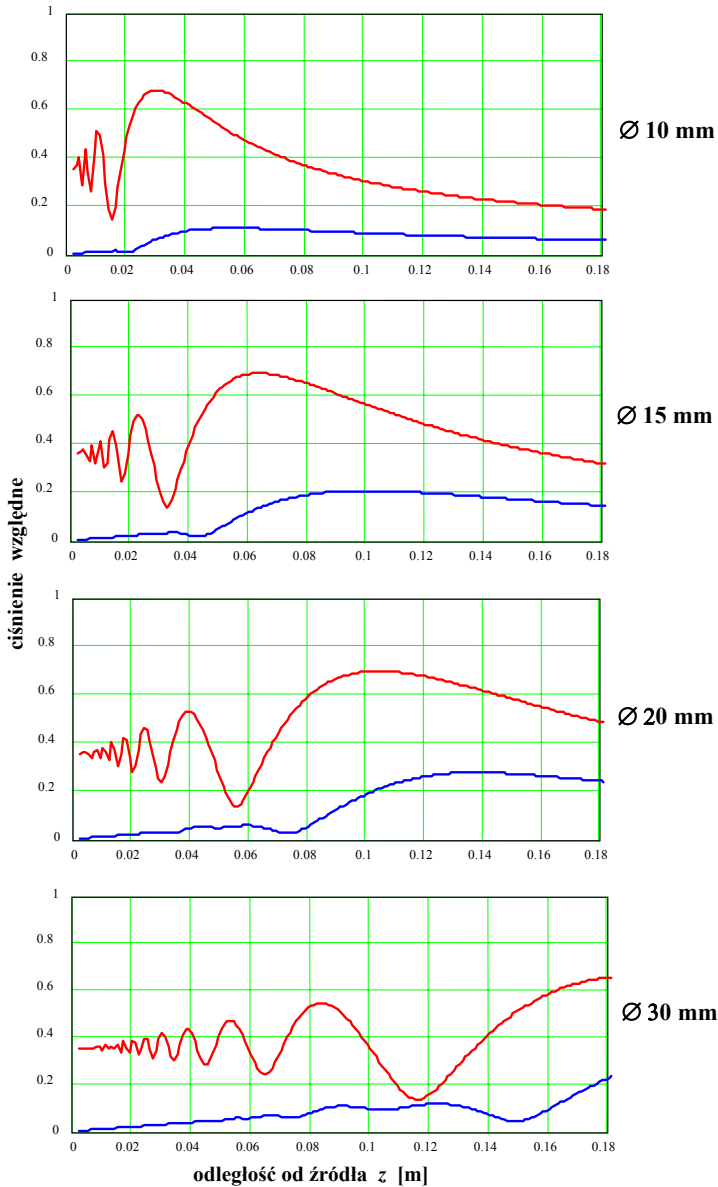
Wpływ rozmiarów źródła oraz częstotliwości rozchodzącej się w wodzie fali akustycznej na widmową strukturę nieliniowego pola ilustrują Rys. 4.4 – Rys. 4.7. Na powyższych rysunkach przedstawiono szereg przykładów numerycznej symulacji osiowych rozkładów ciśnienia 1-szej (podstawowej), 2-giej oraz 3-ciej harmonicznej rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowym ciśnieniu  $p_0 = 0.4$  MPa, generowanego przez płaskie źródło o wybranej średnicy oraz częstotliwości.

Z powyższych rysunków wynika, że gwałtowny wzrost amplitudy ciśnienia 2-giej, a następnie wyższych harmoniczných, powodujący zniekształcenie rozchodzącego się sinusoidalnego impulsu, następuje w pewnej odległości od źródła, która zależy od jego rozmiarów oraz częstotliwości generowanej fali akustycznej. Przy zachowaniu jednakowej amplitudy początkowego ciśnienia  $p_0$  fali akustycznej, zwiększenie średnicy oraz częstotliwości źródła powoduje zwiększenie maksymalnej amplitudy ciśnienia 2-giej składowej harmoniczných, a także odległości, w której następuje jej gwałtowny wzrost. Ciśnienie 1-szej harmoniczných osiąga swoją wartość maksymalną zawsze wcześniej niż wyższych składowych harmoniczných, które dla swojego wzrostu zabierają część energii 1-szej harmoniczných. Maksymalna amplituda 1-szej harmoniczných w niewielkim stopniu zależy od rozmiarów źródła oraz jego częstotliwości, tymczasem wzrost amplitudy 2-giej harmoniczných jest proporcjonalny do wzrostu średnicy oraz częstotliwości źródła.

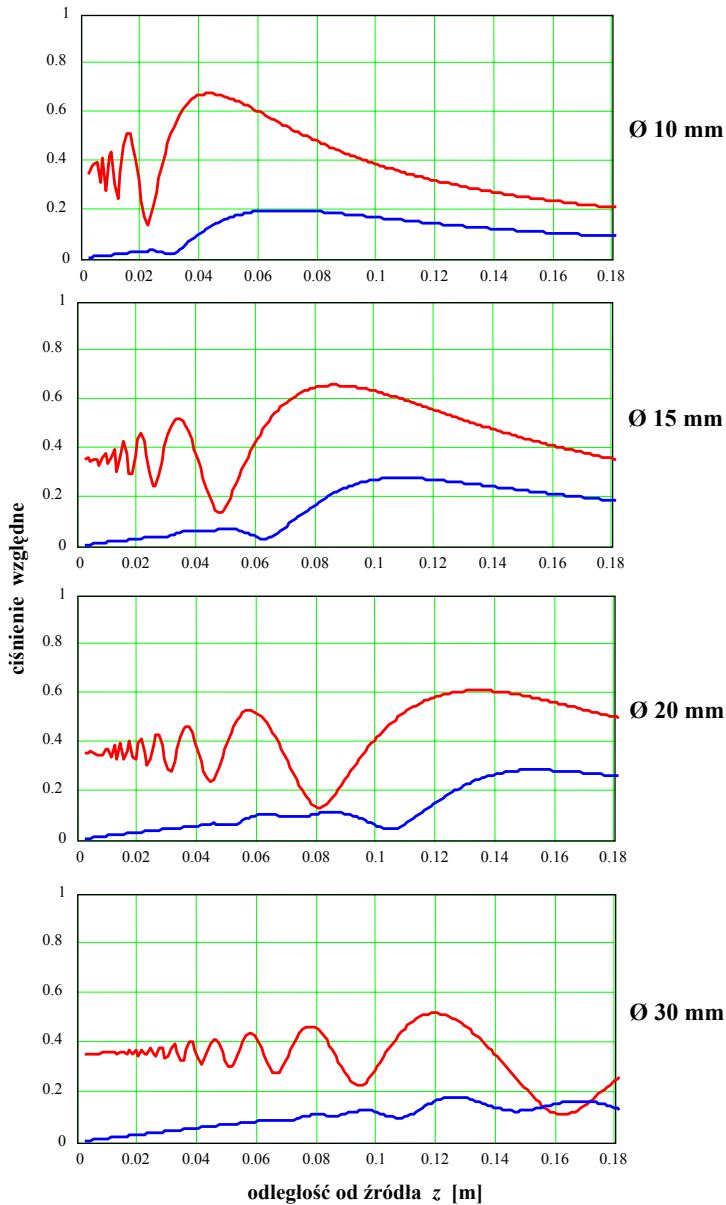
Następnym etapem badań przeprowadzonych przez autorkę metodą symulacji numerycznych, była ocena wpływu amplitudy początkowego ciśnienia  $p_0$  impulsu fali akustycznej na przestrzenno-widmową strukturę nieliniowego pola wytwarzanego w wodzie przez źródło o wybranej średnicy oraz częstotliwości. Jako przykład, na Rys. 4.8 przedstawiono symulowane numerycznie osiowe rozkłady ciśnienia 1-szej oraz 2-giej harmoniczných rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej, generowanego przez płaskie źródło o średnicy 20 mm i częstotliwości 2 MHz, w zależności od amplitudy początkowego ciśnienia na źródle. Jak widać z tego rysunku dla źródeł o wybranej średnicy oraz częstotliwości gwałtowny wzrost amplitudy ciśnienia samoistnie generującej się 2-giej harmoniczných rozchodzącego się w wodzie impulsu fali akustycznej następuje zawsze w takiej samej odległości od źródła, niezależnie od amplitudy początkowego ciśnienia. Właściwość powyższa została wykorzystana przez autorkę do opracowania nowej metody wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $B/A$  biologicznych cieczy lub tkanek.



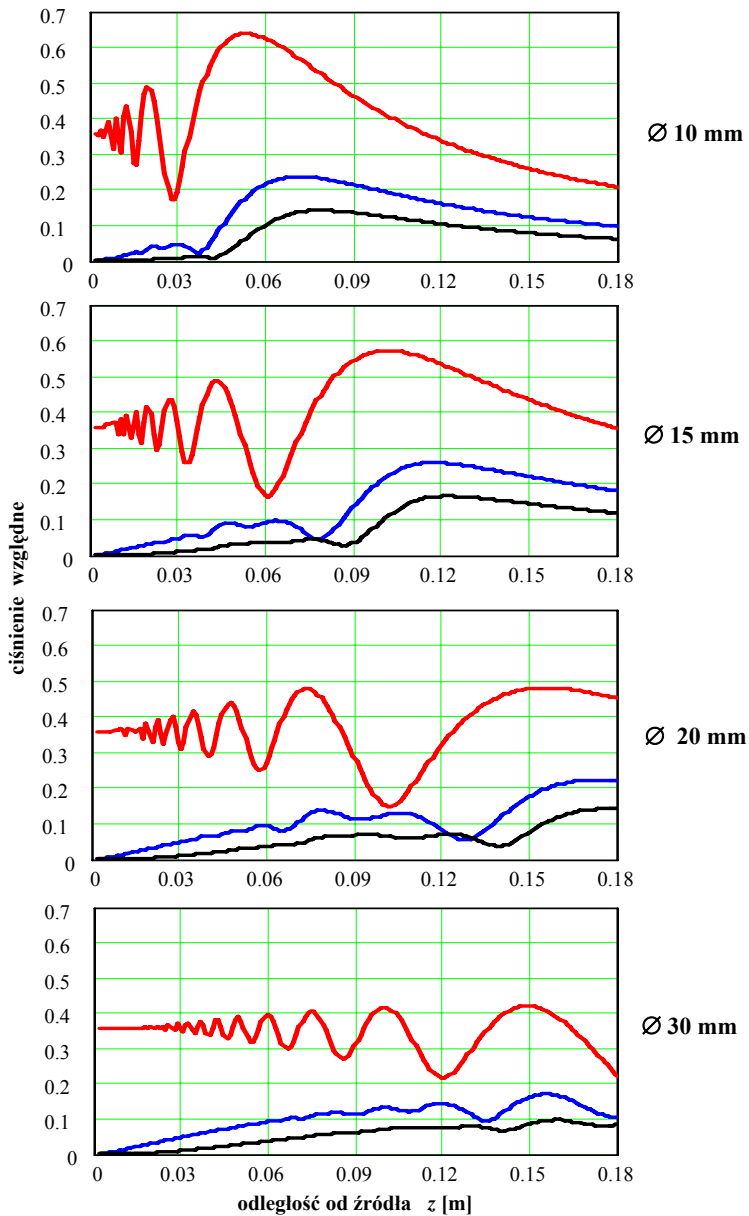
Rys. 4. 4. Symulowane numerycznie osiowe rozkłady ciśnienia (znormalizowanego względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle) 1-szej (linie czerwone) oraz 2-giej (linie niebieskie) harmonicznej rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa, generowanego przez płaskie źródło o średnicy  $a_t = 10, 15, 20, 30$  mm i częstotliwości 1 MHz.



Rys. 4. 5. Symulowane numerycznie osiowe rozkłady ciśnienia (znormalizowanego względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle) 1-szej (linie czerwone) oraz 2-giej (linie niebieskie) harmonicznej rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa, generowanego przez płaskie źródło o średnicy  $a_t = 10, 15, 20, 30$  mm i częstotliwości 2 MHz.

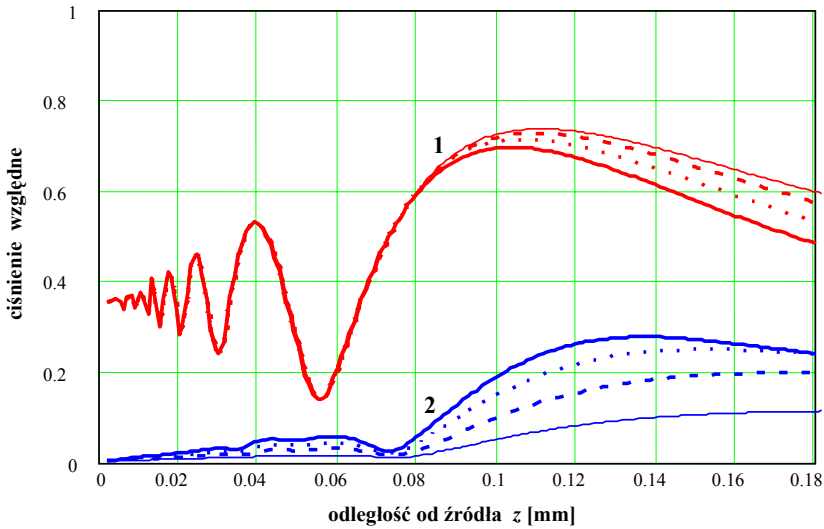


Rys. 4. 6. Symulowane numerycznie osiowe rozkłady ciśnienia (znormalizowanego względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle) 1-szej (linie czerwone) oraz 2-giej (linie niebieskie) harmonicznej rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa, generowanego przez płaskie źródło o średnicy  $a_t = 10, 15, 20, 30$  mm i częstotliwości 3 MHz.



Rys. 4. 7. Symulowane numerycznie osiowe rozkłady ciśnienia (znormalizowanego względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle) 1-szej (linie czerwone), 2-giej (linie niebieskie) i 3-ciej (linie czarne) harmonicznej rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4\text{ MPa}$ , generowanego przez płaskie źródło o średnicy  $a_t = 10, 15, 20, 30\text{ mm}$  i częstotliwości  $4\text{ MHz}$ .



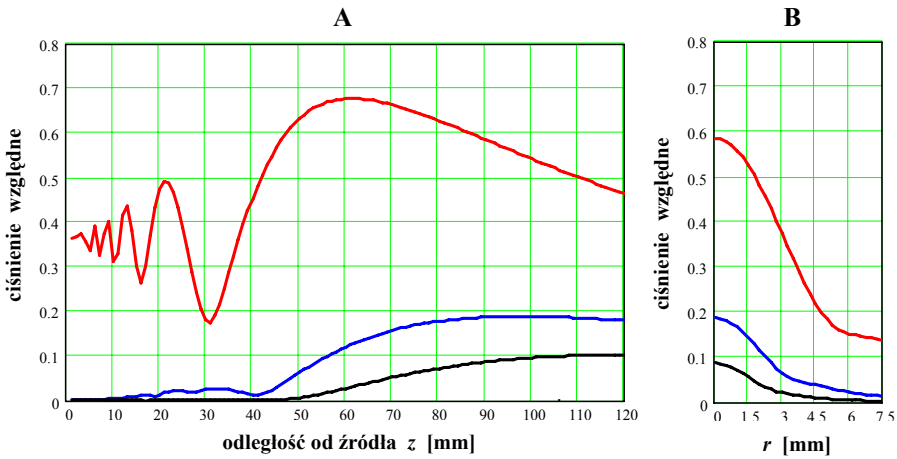


Rys. 4. 8. Symulowane numerycznie osiowe rozkłady ciśnienia (znormalizowanego względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle) 1-szej (1) oraz 2-giej (2) harmonicznej rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie: 0.1 MPa (cienka linia ciągła), 0.2 MPa (linia przerywana), 0.3 MPa (linia kropkowana) oraz 0.4 MPa (gruba linia ciągła), generowanego przez płaskie źródło akustyczne o średnicy 20 mm i częstotliwości 2 MHz.

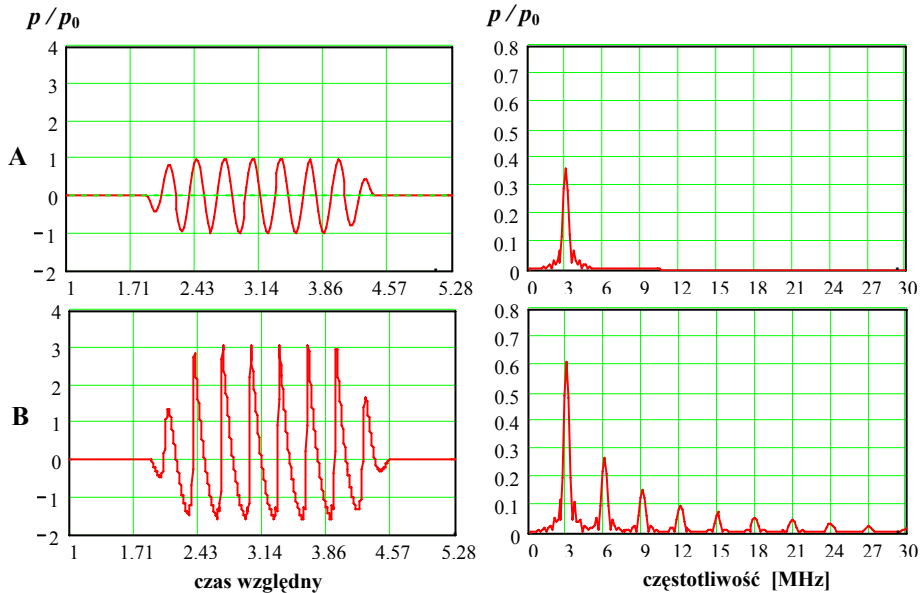
Przykład osiowego oraz poprzecznego rozkładu ciśnienia trzech składowych harmonicznych rozchodzącego się w wodzie impulsu fali akustycznej, generowanego przez płaskie źródło akustyczne, przedstawiony jest na Rys. 4.9.

Jeden z przykładów stopnia zniekształcenia rozchodzącego się w wodzie impulsu fali akustycznej (sinusoidalnego na powierzchni źródła), generowanego przez płaskie okrągłe źródło, na skutek samoistnej generacji wyższych składowych harmonicznych w jego widmie przedstawiono na Rys. 4.10.

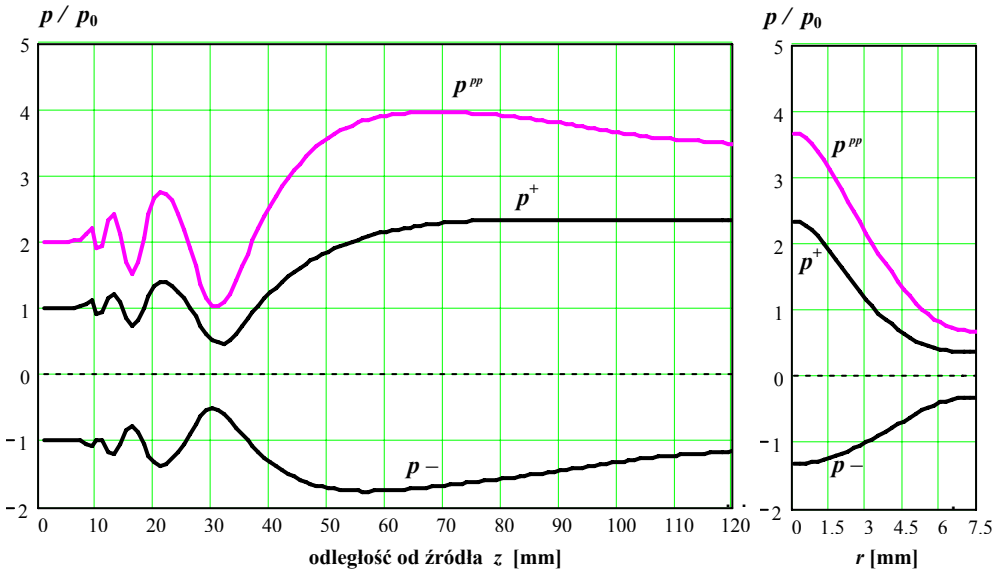
Przykład symulowanych numerycznie osiowych oraz poprzecznych rozkładów ciśnienia: peak-to-peak, peak-compression oraz peak-rarefaction w nieliniowej wiązce wytwarzanej w wodzie przez płaskie okrągłe źródło akustyczne przedstawiono na Rys. 4.11.



Rys. 4. 9. Symulowane numerycznie osiowe (A) oraz poprzeczne (B), w odległości  $z = 90$  mm od źródła, rozkłady ciśnienia (znormalizowanego względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle) 1-szej (linie czerwone), 2-giej (linie niebieskie) oraz 3-ciej (linie czarne) harmonicznej rozchodzącego się w wodzie sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowym ciśnieniu  $p_0 = 0.4$  MPa, generowanego przez płaskie źródło akustyczne o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz.



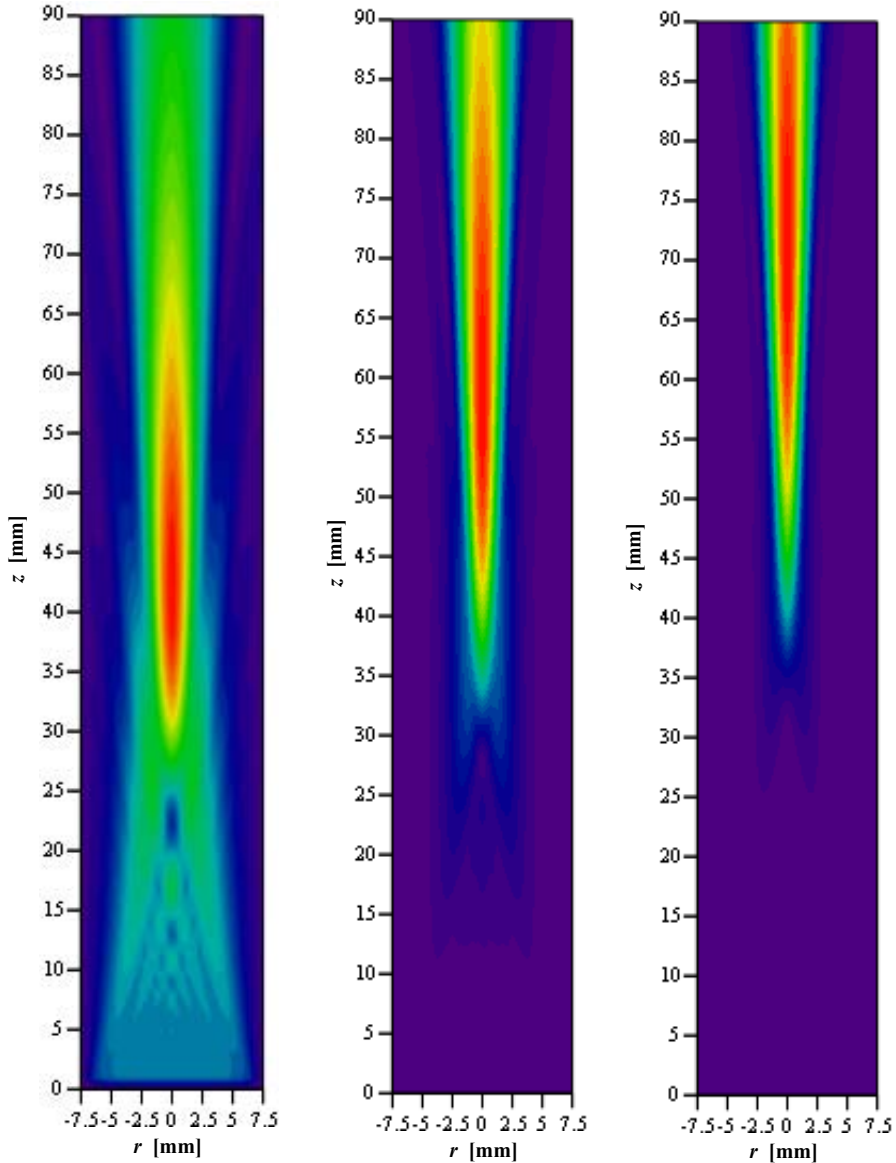
Rys. 4.10. Symulowany numerycznie przebieg czasowy ciśnienia (z lewej) oraz widmo (z prawej) rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowym ciśnieniu  $p_0 = 0.4$  MPa, generowanego przez płaskie źródło akustyczne o średnicy 15 mm i częstotliwości 3 MHz: (A) na powierzchni źródła ( $z = 0$  mm) oraz (B) w odległości  $z = 100$  mm od niego. Ciśnienie znormalizowano względem początkowej amplitudy  $p_0$ .



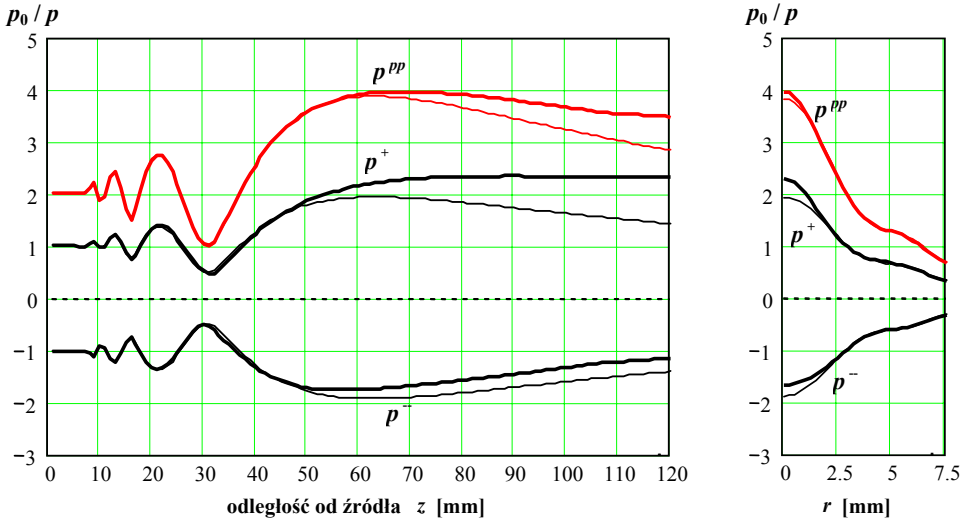
Rys. 4. 11. Symulowane numerycznie osiowe (z lewej) oraz poprzeczne (z prawej), w odległości  $z = 100$  mm od źródła, rozkłady ciśnienia (znormalizowanego względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle) peak-to-peak ( $p^{pp}$ ), peak-compression ( $p^+$ ) oraz peak-rarefaction ( $p^-$ ) dla rozchodzącego się w wodzie sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa, generowanego przez płaskie źródło akustyczne o średnicy 15 mm oraz częstotliwości 2 MHz.

Następną możliwą formą wizualizacji przestrzenno-widmowej struktury nieliniowej wiązki symulowanej numerycznie za pomocą 3D solwera jest podłużny przekrój w płaszczyźnie  $(r, z)$  pola ciśnienia dowolnej harmonicznej w postaci warstwic izobarycznej wypełnionej kolorem. Jako przykład, na Rys. 4.12 pokazano zawartość w nieliniowej wiązce, wytwarzanej w wodzie przez skupiające źródło akustyczne o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz, wiązek 1-szej, 2-giej oraz 3-ciej harmonicznej w postaci warstwic izobarycznych wypełnionych kolorem (skala kolorów jest logarytmiczna).

Przykład porównania osiowych oraz poprzecznych rozkładów ciśnienia: peak-to-peak  $p^{pp}$ , peak-compression  $p^+$  i peak-rarefaction  $p^-$  rozchodzącego się w wodzie sinusoidalnego impulsu ciśnienia fali akustycznej, generowanego przez płaskie okrągłe źródło o wybranej średnicy i częstotliwości, w przypadku propagacji liniowej (gdy amplituda ciśnienia generowanej fali akustycznej jest nieskończenie mała) oraz w przypadku propagacji nieliniowej (gdy mamy do czynienia z falą o skończonej amplitudzie) przedstawiono na Rys. 4.13.



Rys. 4. 12. Podłużny przekrój w płaszczyźnie  $(r, z)$  pola ciśnienia 1-szej (1), 2-giej (2) oraz 3-ciej (3) harmonicznej rozchodzącego się w wodzie sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie 0.4 MPa, generowanego przez skupiające źródło o średnicy 15 mm, częstotliwości 2 MHz oraz ogniskowej 80 mm, symulowany numerycznie w postaci izobarycznych warstw wypełnionych kolorem. Kolor czerwony odpowiada maksymalnemu ciśnieniu. Krok kolorowej logarytmicznej skali wynosi  $-2$  dB.



Rys. 4. 13. Symulowany numerycznie osiowy (z lewej) oraz poprzeczny (z prawej), w odległości  $z = 70$  mm od źródła, rozkład ciśnienia (znormalizowanego względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle) peak-to-peak ( $p^{pp}$ ), peak-compression ( $p^+$ ) oraz peak-rarefaction ( $p^-$ ) rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej, generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz, w przypadku propagacji liniowej (linie cienkie), gdy ciśnienie  $p_0 = 0.04$  MPa, oraz w przypadku propagacji nieliniowej (linie grube), gdy  $p_0 = 0.4$  MPa.

## 5. Eksperymentalna weryfikacja 3D kodu numerycznego.

Badania eksperymentalne są niezbędne, gdyż tylko wyniki dokładnych pomiarów przestrzenno-czasowych oraz przestrzenno-widmowych rozkładów ciśnienia w nieliniowych wiązkach dla różnych warunków brzegowych mogą stanowić podstawę weryfikacji wyników teoretycznych. Poprawność oraz dokładność przewidywanej za pomocą 3D solvera numerycznego przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola została potwierdzona eksperymentalnie metodą porównania otrzymanych wyników pomiarowych z wynikami symulacji numerycznych przy założeniu jednakowych warunków brzegowych [Kujawska T. *et al.* 2002, 2003, 2004]. Referencyjnym nieliniowym ośrodkiem rozchodzenia się fali akustycznej służyła odgazowana destylowana woda, której właściwości akustyczne, zarówno liniowe jak i nieliniowe, są opisane w literaturze dla różnych temperatur.

### 5. 1. Technika badania nieliniowych pól akustycznych w wodzie.

Najpierw autorka opanowała pomiarową technikę badania nieliniowych pól akustycznych wytwarzanych w wodzie przez przetworniki piezoelektryczne generujące impulsowe fale ultradźwiękowe o skończonej amplitudzie. Eksperymentalne badania procesu zniekształcania rozchodzącego się w wodzie sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o skończonej amplitudzie, generowanego przez płaski okrągły przetwornik piezoelektryczny, dla różnych przypadków warunków brzegowych autorka przeprowadzała za pomocą zaprojektowanego specjalnie do tego celu i zbudowanego w Zakładzie Ultradźwięków IPPT PAN przy jej współudziale oraz wyposażonego w nowoczesne urządzenia elektroniczne i pomiarowe stanowiska doświadczalnego, którego pracą sterował komputer. Mechaniczną część tego stanowiska stanowił układ precyzyjnego pozycjonowania przetwornika nadawczego względem hydrofonu pomiarowego, automatycznie sterowany z klawiatury komputera. Obydwa te urządzenia (nadawcze i odbiorcze) zanurzone są w wannie pomiarowej wypełnionej odgazowaną destylowaną wodą. Zbudowanie tak nowoczesnego stanowiska doświadczalnego we własnym zakresie jest bardzo dużym osiągnięciem ze względu na ogromne koszty zakupu istniejących na rynku komercyjnym układów pozycjonowania do badania pól akustycznych.

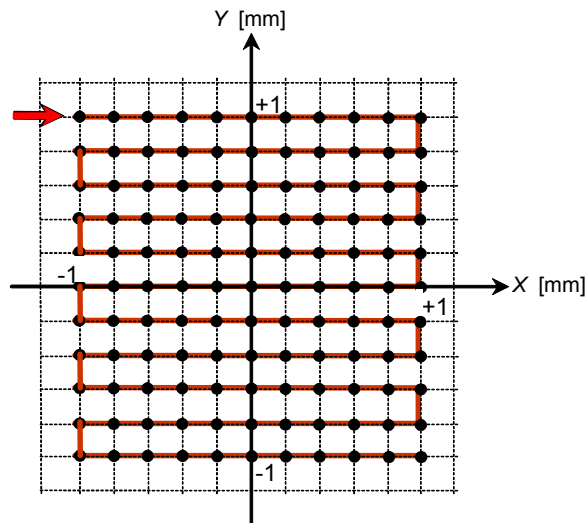
Sposób sterowania pracą układu pomiarowego był dostosowany do wymagań, wynikających ze skomplikowanej widmowej struktury nieliniowej wiązki zawierającej wiązki harmoniczne. Wymagania te dotyczyły przede wszystkim dużej precyzji pozycjonowania urządzeń pomiarowych (przetwornika nadawczego oraz hydrofonu odbiorczego), a także akwizycji danych z dużej ilości punktów pomiarowych, znajdujących się w węzłach przestrzennej siatki (której gęstość można było zaprogramować metodą wprowadzania długości kroków  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  w każdym z trzech kierunków układu współrzędnych  $X, Y, Z$ ), ograniczonej równo-

w każdym z trzech kierunków układu współrzędnych  $X, Y, Z$ ), ograniczonej równoległością prostokątnym o wymiarach  $I \cdot \Delta x$ ,  $J \cdot \Delta y$ ,  $K \cdot \Delta z$  (gdzie  $I, J, K$  - ilość kroków w odpowiednim kierunku) wynikających z wielkości badanego obszaru pola. Dla przykładu założmy, że trzeba wykonać pomiar nieliniowego pola w wodzie w obszarze kostki o wymiarach 15 mm x 15 mm x 120 mm z krokiem  $\Delta x = 0.5$  mm w kierunku osi  $X$ , krokiem  $\Delta y = 0.5$  mm w kierunku osi  $Y$  oraz krokiem  $\Delta z = 5$  mm w kierunku osi promieniowania  $Z$ . Dla zbadania rozkładów ciśnienia w nieliniowej wiązce, a także dla ilościowej oceny zawartości w niej wiązek harmonicznym trzeba zarejestrować przebiegi czasowe ciśnienia impulsów fali akustycznej oraz zapamiętać wyniki pomiarów w  $31 \times 31 \times 25 = 24025$  punktach (w każdym punkcie pomiarowym sygnał jest próbkowany w dziedzinie czasu, rejestrując 1024 wartości w zadanym oknie). Biorąc pod uwagę fakt, że czas pomiaru w jednym punkcie pola (zawierający przemieszczenie przetwornika nadawczego względem hydrofonu z jednego węzła przestrzennej siatki do drugiego, wykonanie pomiaru oraz zarejestrowanie wyników) trwa 3 sekundy, na zbadanie całego obszaru potrzeba ponad 6-ciu godzin. Z powyższych oszacowań wynika, że badania nieliniowego pola są czasochłonne, więc wymagają pełnej automatyzacji. Dlatego sterowanie procesem pomiarowym realizowane było za pomocą komputera o dużej mocy obliczeniowej i pojemności pamięci, posiadającego szybki procesor analogowo-cyfrowy o dużej rozdzielczości i małym czasie dostępu.

Zbudowane stanowisko doświadczalne, sterowane za pomocą komputera i umożliwiające przeprowadzanie automatycznego pomiaru ciśnienia w nieliniowej wiązce w wybranych punktach, osiach, płaszczyznach oraz trójwymiarowych obszarach, spełniało następujące wymagania:

- możliwość precyzyjnego ustalania pozycji przetwornika nadawczego względem rogu wanny pomiarowej wypełnionej odgazowaną destylowaną wodą oraz względem hydrofonu pomiarowego, a także możliwość przesuwania go z wybranym krokiem w 3-ch kierunkach układu współrzędnych przestrzennych  $X, Y, Z$  w zadanym obszarze pomiarowym przy zachowaniu warunku równoległości osi  $Z$  do osi promieniowania wiązki ultradźwiękowej dzięki zastosowaniu liniowych prowadnic oraz pozycjonera obrotowego wraz z urządzeniami (silnikami krokowymi) sterującymi ich napędem;
- możliwość precyzyjnego pozycjonowania hydrofonu pomiarowego w układzie współrzędnych  $X, Y, Z$  (dla osiągnięcia współosiowości przetwornika nadawczego z hydrofonem) dzięki zastosowaniu liniowych prowadnic zapewniających dokładność manualnego przesuwania hydrofonu we wszystkich trzech kierunkach rzędu 0.1 mm;
- możliwość automatycznego wyodrębnienia i wizualizacji w skali decybelowej (bezpośrednio po zakończeniu cyklu pomiarowego w wybranym obszarze pola) rozkładów ciśnienia wzdłuż wybranej osi w postaci wykresu: ciśnienie

- peak-to-peak odległość w kierunku osi  $x$ ,  $y$  lub  $z$  albo w postaci warstwy izobarycznej w wybranej płaszczyźnie  $XY$ ,  $YZ$  lub  $XZ$ ;
- możliwość automatycznego odczytu bezpośrednio po zakończeniu cyklu pomiarowego maksymalnej amplitudy ciśnienia peak-to-peak z wykresu jego rozkładu wzdłuż wybranej osi;
- możliwość automatycznego przesuwania przetwornika nadawczego do dowolnego punktu obszaru pomiarowego;
- możliwość automatycznego przemieszczania przetwornika nadawczego w badanym obszarze pomiarowym po torze ruchu zaprogramowanym komputerowo (przykład toru ruchu w płaszczyźnie  $XY$  pokazano na Rys. 5.1);
- możliwość automatycznego zapamiętywania czasowych przebiegów ciśnienia impulsów fali akustycznej zarejestrowanych w węzłach przestrzennej siatki obszaru pomiarowego łącznie z odpowiadającymi im współrzędnymi;
- możliwość regulacji czasowego okna dla analizy widmowej impulsów;
- możliwość regulacji prędkości przesuwu przetwornika nadawczego.



Rys. 5. 1. Tor ruchu przetwornika nadawczego (względem hydrofonu pomiarowego) w badanej płaszczyźnie  $XY$  o wymiarach  $2 \times 2$  mm z krokiem  $0.1$  mm w kierunku osi  $X$  oraz osi  $Y$ .

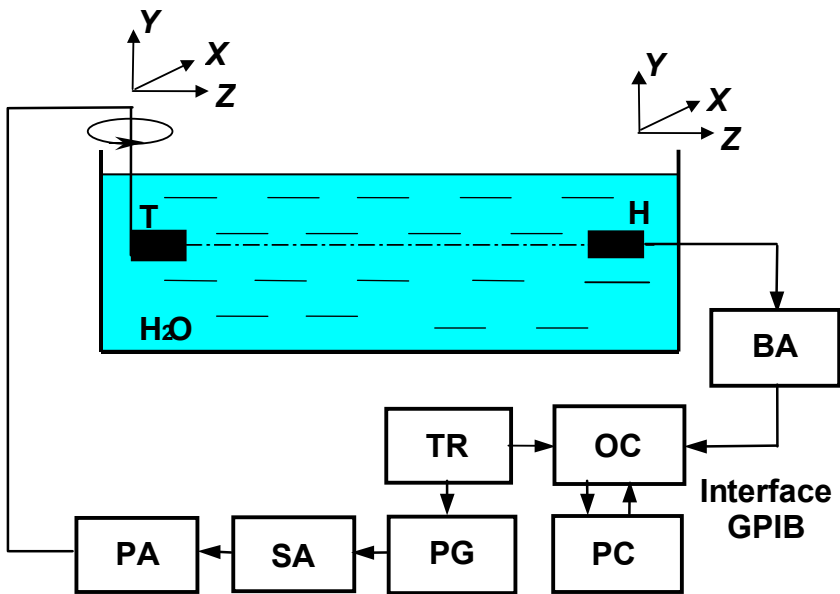
Schemat blokowy układu pomiarowego stosowanego do badania widmowej struktury nieliniowych pól, wytwarzanych przez przetworniki piezoelektryczne w wodzie, przedstawiono na Rys. 5.2.

Według projektu autorki w Zakładzie Ultradźwięków IPPT PAN wykonano kilka głowic nadawczych o cylindrycznym kształcie obudowy z wmontowanymi płaskimi przetwornikami piezoelektrycznymi, których częstotliwości rezonansowe i rozmiary pokrywały się z odpowiednimi parametrami źródeł akustycznych



rozpatrywanych w symulacjach numerycznych. Przetworniki nadawcze, wyprodukowane z ceramiki P27, zakupiono w duńskiej firmie Ferroperm.

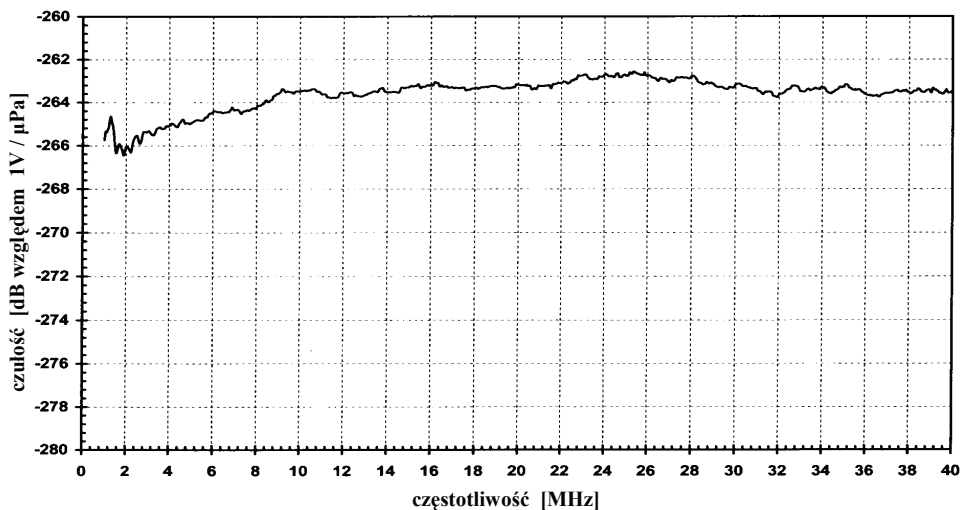
Głowicę nadawczą mocowano za pomocą specjalnego uchwytu na ramieniu układu mechanicznego, napędzanego silnikiem krokowym, umożliwiającym jej przesuwanie wzdłuż i w poprzek osi promieniowania przetwornika ruchem postępowym z wybranym krokiem (regulowanym komputerowo w zakresie  $0.1 \div 5$  mm) oraz rotację w azymucie. Nadajnik pobudzano generatorem impulsowym GI (model LeCroy 9109), wytwarzającym sinusoidalne impulsy o regulowanej częstotliwości i czasie trwania oraz napięciu  $1 V^{pp}$ . Poziom pobudzania przetwornika regulowano za pomocą wzmacniacza mocy (model ENI 3100 LA) oraz krokowego tłumika firmy Tektronix.



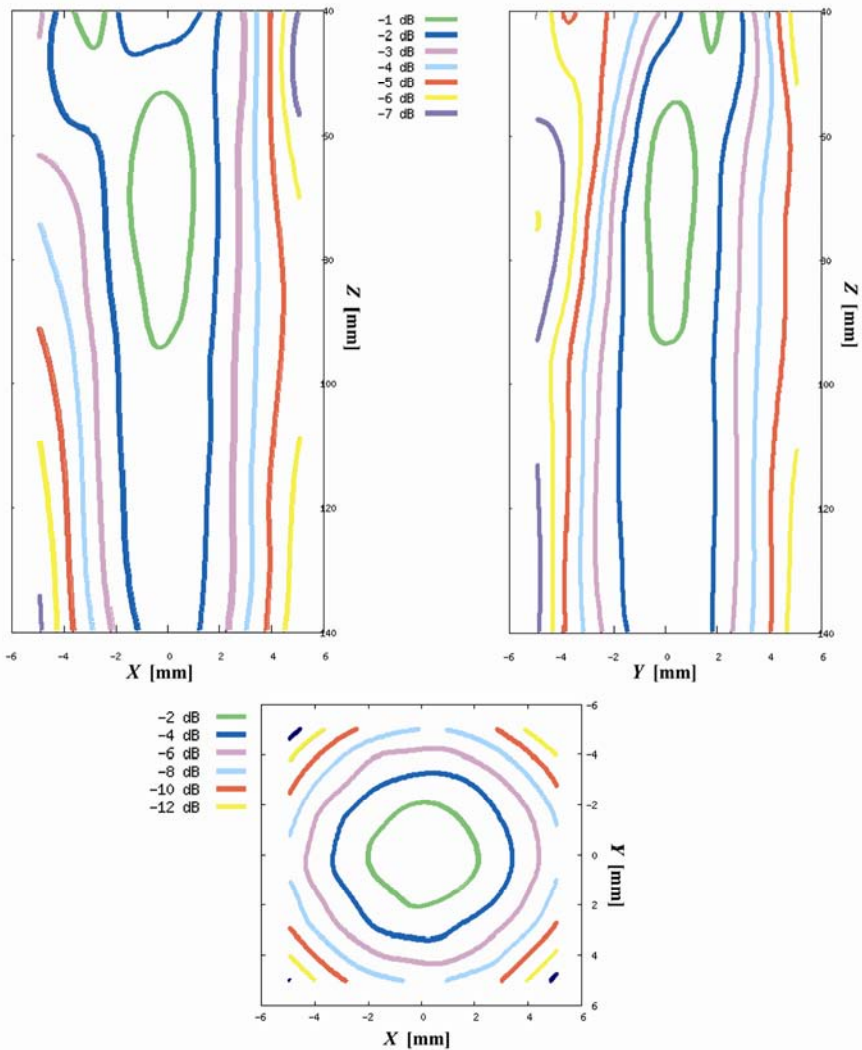
Rys. 5. 2. Schemat blokowy układu pomiarowego do badań nieliniowych pól w wodzie. PG – generator impulsowy (LeCroy 9109); T – przetwornik nadawczy; H – szerokopasmowy membranowy hydrofon pomiarowy PVDF; OC – oscyloskop cyfrowy (HP54503A); PC – komputer połączony z interfejsem przez magistralę GPIB; TR – generator wyzwalający, SA – tłumik krokowy (Tektronix), BA – szerokopasmowy liniowy wzmacniacz (Ritec BR-640), PA – wzmacniacz mocy (ENI 3100 LA).

Nieliniowe pole akustyczne, wytwarzane w wodzie przez piezoelektryczny przetwornik nadawczy, badano za pomocą najnowszego modelu szerokopasmowego (skalibrowanego w zakresie od 1 do 40 MHz) membranowego hydrofonu z folii piezoelektrycznej PVDF amerykańskiej firmy Sonora Medical Inc. (model S5-153 z przedwzmacniaczem P-159) o średnicy aktywnej elektrody 0.414 mm. Hydrofon

mieniowania przetwornika nadawczego świadczyło uzyskanie osiowej symetrii rozkładów ciśnienia w płaszczyźnie  $XY$ ,  $XZ$  lub  $YZ$  wizualizowanych w postaci warstwic izobarycznych po wykonaniu każdego cyklu pomiarowego w badanym obszarze pola. Rys. 5.4 przedstawia jeden z przykładów wizualizacji poprzecznego oraz dwóch podłużnych przekrojów pola ciśnienia peak-to-peak (wytwarzanego w wodzie przez płaski okrągły przetwornik piezoelektryczny) w postaci warstwic izobarycznych, których symetria osiowa świadczy o pokrywaniu się osi aktywnej elektrody hydrofonu z osią nieliniowej wiązki. Wyjście hydrofonu podłączone było poprzez liniowy szerokopasmowy wzmacniacz BA (model Ritec BR-640) do wejścia 8-bitowego cyfrowego oscyloskopu (model HP54503A) o częstotliwości próbkowania 50 MHz. Zarejestrowany w każdym punkcie pomiarowym sygnał analogowy (przebieg czasowy ciśnienia impulsu fali akustycznej) był uśredniany w pamięci oscyloskopu z 16 kolejnych przebiegów, przetwarzany w postać cyfrową i wysyłany poprzez magistralę interfejsu GPIB do pamięci komputera PC dla obróbki spektralnej metodą FFT oraz dalszej analizy. Następnie, amplitudy ciśnienia składowych harmonicznym każdego zarejestrowanego impulsu poddawano korekcji zgodnie z częstotliwościową charakterystyką czułości hydrofonu (Rys. 5.3). Widok ogólny stanowiska doświadczalnego przedstawiono na Rys. 5.5.



Rys. 5. 3. Częstotliwościowa charakterystyka czułości hydrofonu pomiarowego.



Rys. 5. 4. Wizualizacja przekrojów nieliniowego pola ciśnienia peak-to-peak, wytwarzanego w wodzie przez płaski przetwornik o średnicy 15 mm, częstotliwości 2 MHz oraz początkowej amplitudzie ciśnienia  $p_0 = 0.4$  MPa, w postaci izobarycznych warstw w płaszczyźnie XZ (z lewej), YZ (z prawej) oraz XY (dół), w odległości 80 mm od źródła.



Rys. 5. 5. Widok ogólny stanowiska pomiarowego.

Autorka przeprowadziła eksperymentalne badania nieliniowych impulsowych pól, wytwarzanych w wodzie przez płaskie przetworniki piezoelektryczne o średnicy  $a_t = 15$  mm i częstotliwości  $f_0 = 1, 2, 3, 4$  MHz, generujące sinusoidalne impulsy fali ultradźwiękowej o amplitudzie początkowego ciśnienia  $p_0 = 0.2, 0.28, 0.4$  MPa.

Dla każdego przetwornika nadawczego o rozpatrywanych parametrach warunków brzegowych przeprowadzano dwie serie pomiarów: 1) dla niskiego poziomu pobudzenia (przypadek propagacji liniowej) w celu wyznaczenia efektywnych rozmiarów przetwornika oraz amplitudy początkowego ciśnienia akustycznego na jego powierzchni, 2) dla wysokiego poziomu pobudzenia (przypadek propagacji nieliniowej) w celu zbadania zjawisk nieliniowych w polu ciśnienia wytwarzanego w wodzie. Wzrost początkowego ciśnienia przy przechodzeniu od niskiego do

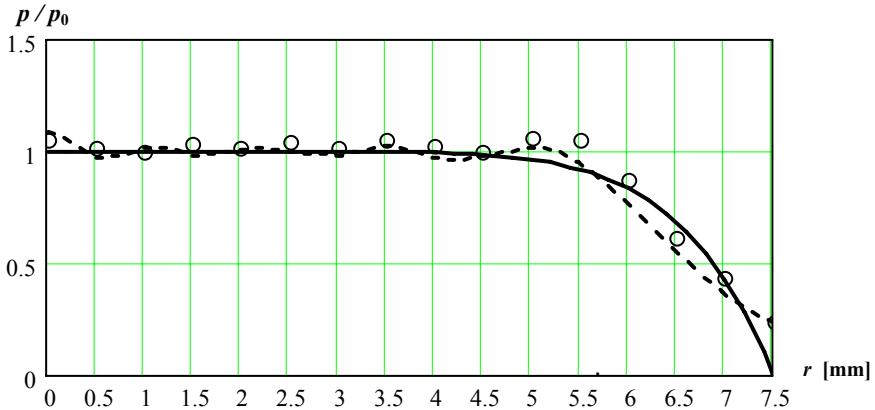
wysokiego poziomu pobudzenia wynosił 14 dB, 17 dB, oraz 20 dB. Na przykład, przetwornik o częstotliwości 2 MHz oraz średnicy 15 mm dla zbadania przypadku propagacji liniowej pobudzano 8-okresowymi sinusoidalnymi impulsami o napięciu peak-to-peak równym  $31.6 \text{ V}^{pp}$ . Taki poziom pobudzenia zapewniał generowanie do wody impulsów akustycznych o nieskończonej małej amplitudzie ciśnienia (wyznaczonej na podstawie częstotliwościowej charakterystyki czułości hydrofonu pomiarowego), równej  $p_0 = 40 \text{ kPa}$ .

W celu wyznaczenia efektywnych rozmiarów (efektywnego promienia  $\bar{a}_t$ ) przetwornika nadawczego oraz średniego ciśnienia  $p_0$  na jego powierzchni (jako niezbędnych parametrów wejściowych 3D solvera numerycznego) autorka zastosowała metodę minimalizacji najmniejszych kwadratów, polegającą na porównywaniu wyznaczonego eksperymentalnie osiowego rozkładu ciśnienia w wiązce wytwarzanej przez płaski piezoelektryczny przetwornik nadawczy w wodzie przy niskim poziomie jego pobudzenia z osiowymi rozkładami ciśnienia obliczonymi za pomocą teorii liniowej przy założeniu różnych wartości  $a_t$  i  $p_0$  oraz dążąc do minimalizacji średniego kwadratowego błędu pomiędzy tymi rozkładami. Wyznaczony teoretycznie osiowy rozkład ciśnienia najbardziej zbliżony do rozkładu wyznaczonego doświadczalnie zapewniał właściwy dobór efektywnego promienia  $\bar{a}_t$  przetwornika nadawczego oraz średniego akustycznego ciśnienia  $\bar{p}_0$  na jego powierzchni dla przypadku propagacji liniowej. Efektywny promień rozpatrywanych przetworników był o 0.25 mm mniejszy od ich promienia geometrycznego.

Wartość średniego ciśnienia  $p_0$  na powierzchni przetwornika nadawczego w przypadku wysokiego poziomu pobudzenia autorka wyznaczała za pomocą mnożenia początkowego ciśnienia  $\bar{p}_0$  dobraneo dla przypadku propagacji liniowej przez stosunek średnich ciśnień (mierzonych na osi wiązki w pobliżu powierzchni przetwornika nadawczego) dla wysokiego i niskiego poziomu pobudzenia. Ponieważ bardzo blisko źródła generacja harmonicznych jest znikoma można uznać, że wyznaczony w ten sposób mnożnik, skalujący początkowe ciśnienie  $p_0$  dla przypadku propagacji nieliniowej, jest wystarczająco dokładny. Metoda ta nie może być jednak stosowana dla większych odległości od źródła, gdzie samoistna generacja harmonicznych podczas nieliniowej propagacji powoduje stratę energii podstawowej składowej widmowej na rzecz wyższych składowych harmonicznych.

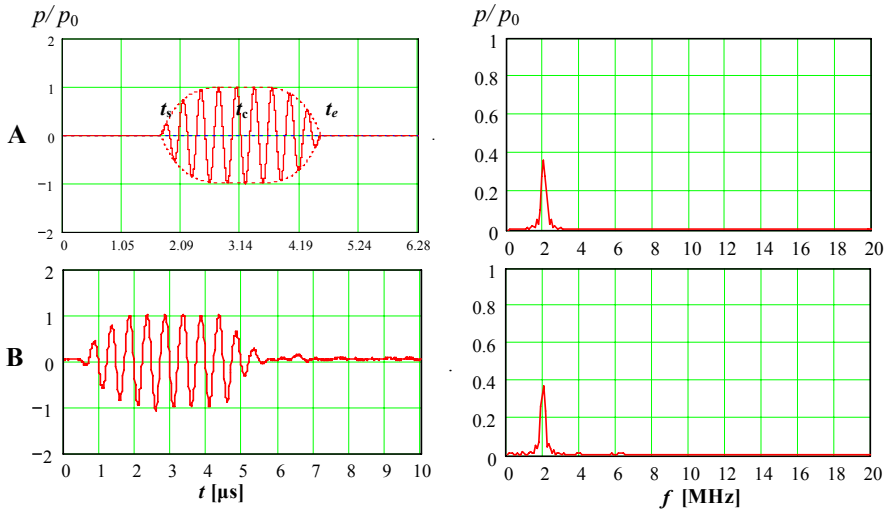
Funkcja apodyzacji promieniującej apertury przetwornika nadawczego (jako kolejny wejściowy parametr 3D solvera numerycznego) dobierana była przez autorkę metodą porównania wyznaczonego eksperymentalnie poprzecznego rozkładu ciśnienia w pobliżu powierzchni przetwornika nadawczego (w odległości  $z = 5 \text{ mm}$ ) z rozkładami symulowanymi numerycznie w takiej samej odległości od źródła przy założeniu różnych wartości wykładnika  $q$  we wzorze (4.3). Na Rys. 5.6 przedstawiono, jako przykład, stosowaną do symulacji numerycznych funkcję

apodyzacji, opisywaną wzorem (4.3) dla  $q = 8$ , obliczony rozkład poprzeczny w odległości  $z = 5$  mm od źródła (dla założonej funkcji apodyzacji), a także rozkład poprzeczny wyznaczony eksperymentalnie w takiej samej odległości od przetwornika nadawczego.



Rys. 5. 6. Symulowane numerycznie funkcja apodyzacji  $f(r) = \left| 1 - (r/a_t)^8 \right|$  (linia ciągła) na powierzchni płaskiego źródła akustycznego o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz oraz poprzeczny rozkład ciśnienia (linia przerywana) w odległości  $z = 5$  mm od niego (przy założeniu powyższej funkcji), a także poprzeczny rozkład ciśnienia, wyznaczony eksperymentalnie (kółka) w odległości  $z = 5$  mm od powierzchni przetwornika nadawczego. Ciśnienie znormalizowano względem początkowej amplitudy  $p_0$ .

Obwiednię początkowego sinusoidalnego impulsu ciśnienia akustycznego do symulacji numerycznych autorka dobierała metodą porównywania zmierzonego przebiegu czasowego ciśnienia impulsu fali akustycznej na osi wiązki, w odległości  $z = 5$  mm od powierzchni promieniującej przetwornika nadawczego, z kształtami impulsów opisywanych wzorem (4.2) dla różnych zakładanych wartości wykładnika  $m$ . Kształt impulsu obliczeniowego najbardziej zbliżony do zmierzonego odpowiadał funkcji obwiedni opisywanej równaniem (4.2) dla  $m = 4$ . Na Rys. 5.7 przedstawiono, jako przykład, przebieg czasowy ciśnienia oraz widmo początkowego impulsu fali akustycznej na powierzchni źródła (względem początkowej amplitudy  $p_0$ ) założone do symulacji numerycznych oraz zarejestrowane hydrofonom pomiarowym na osi wiązki w odległości  $z = 5$  mm od nadajnika.



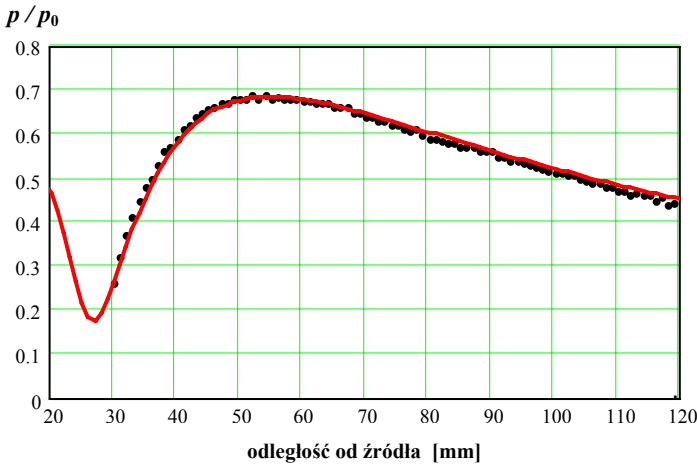
Rys. 5.7. Przebieg czasowy ciśnienia (z lewej) oraz widmo (z prawej) rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu ciśnienia fali akustycznej o dużym natężeniu (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz) na osi promieniowania źródła, w odległości  $z = 5$  mm od niego, wyznaczone numerycznie (A) oraz eksperymentalnie (B). Ciśnienie znormalizowano względem początkowej amplitudy  $p_0$ .

Pomiary w pobliżu promieniującej apertury przetwornika nadawczego (w celu wyznaczenia średniego ciśnienia na jego powierzchni) autorka przeprowadzała stosując krótkie impulsy pobudzenia, zawierające maksymalnie 4 okresy częstotliwości nośnej dla uniknięcia błędnego odczytu amplitudy ciśnienia pomiarowego impulsu na skutek interferencji fali centralnej z falą krawędziową [Filipczyński L. *et al.* 2001]. Pozostałe pomiary przeprowadzano za pomocą długich 8-okresowych impulsów. Eksperymentalne badania nieliniowego pola dla każdego rozpatrywanego przypadku przeprowadzano zazwyczaj rejestrując automatycznie przebiegi czasowe ciśnienia impulsów fali akustycznej w węzłach przestrzennej siatki (o różnej gęstości w poszczególnych kierunkach układu współrzędnych  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ) wypełniającej badany obszar pola, której wymiary programowano komputerowo w zależności od rodzaju wyznaczanych rozkładów ciśnienia. Przy wyznaczaniu osiowych rozkładów ciśnienia w nieliniowej wiązce zwykle stosowano 1 mm kroki pomiędzy punktami pomiarowymi. W płaszczyznach  $XZ$  lub  $YZ$  wzdłuż kierunku osi promieniowania  $Z$ , w zakresie, który zwykle wynosił od 10 mm do 140 mm, pomiar ciśnienia przeprowadzano z krokiem 5 mm, natomiast w kierunkach poprzecznych z 0.5 mm krokiem. W pobliżu powierzchni przetwornika nadawczego pomiary ciśnienia w poprzecznej płaszczyźnie obejmowały kwadratowy obszar odpowiadający zakresom w obydwu kierunkach osi  $X$  i  $Y$  równym  $\pm (a_t + 1)$  mm. W dalszej odległości od przetwornika nadawczego badany zakres w poprzecznych kierunkach był mniejszy.

## 5. 2. Wyniki pomiarów w wodzie.

Dla wszystkich rozpatrywanych przypadków warunków brzegowych wyniki pomiarów na wykresach przedstawiono jako punkty, natomiast wyniki symulacji numerycznych – jako linie ciągłe. W obliczeniach numerycznych stosowano następujące własności akustyczne wody, gdy temperatura pomiaru wynosiła 25°C: prędkość propagacji fali akustycznej  $c_0 = 1492$  m/s; gęstość  $\rho_0 = 997$  kg/m<sup>3</sup>; słabosygnalowy współczynnik absorpcji  $\alpha = 2.8 \cdot 10^{-14}$  Np/(m·Hz<sup>2</sup>), wykładnik jego częstotliwościowej zależności  $b = 2$ , parametr nieliniowości  $(B/A)_w = 5.2$ .

Na Rys. 5.8 przedstawiono przykład wyznaczonego eksperymentalnie oraz symulowanego numerycznie osiowego rozkładu ciśnienia 1-szej (podstawowej) harmonicznej rozchodzącego się w wodzie impulsu fali akustycznej, generowanego przez płaskie okrągłe źródło, dla przypadku niskiego poziomu pobudzenia (propagacja liniowa).



Rys. 5. 8. Osiowy rozkład amplitudy ciśnienia 1-szej harmonicznej rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu akustycznego o początkowym ciśnieniu  $p_0 = 40$  kPa, generowanego przez płaski przetwornik piezoelektryczny o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz, wyznaczony eksperymentalnie (punkty) oraz teoretycznie (linia ciągła) stosując teorię propagacji liniowej. Ciśnienie znormalizowano względem początkowej amplitudy  $p_0$ .

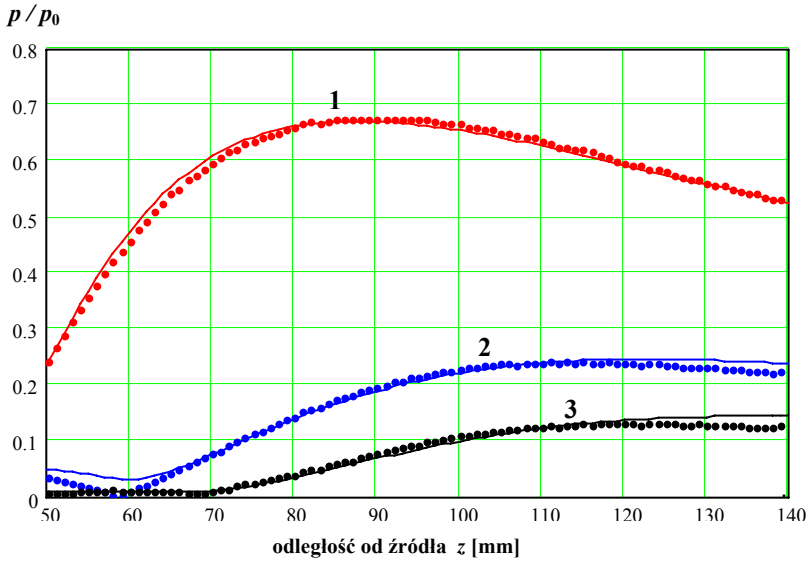
Jak widać z powyższego rysunku w przypadku propagacji liniowej wyższe składowe harmoniczne w widmie impulsu ciśnienia akustycznego rozchodzącego się w wodzie nie są obecne.

Przypadki nieliniowego rozchodzenia się impulsu fali akustycznej w wodzie, gdy poziom pobudzenia źródła wzrasta o 14 dB, lub o 20 dB, a początkowa amplituda ciśnienia generowanej fali akustycznej jest odpowiednio 7- lub 10-rotnie większa i równa  $p_0 = 0.28$  MPa lub  $p_0 = 0.4$  MPa, pokazano na Rys. 5.9 i Rys. 5.10.

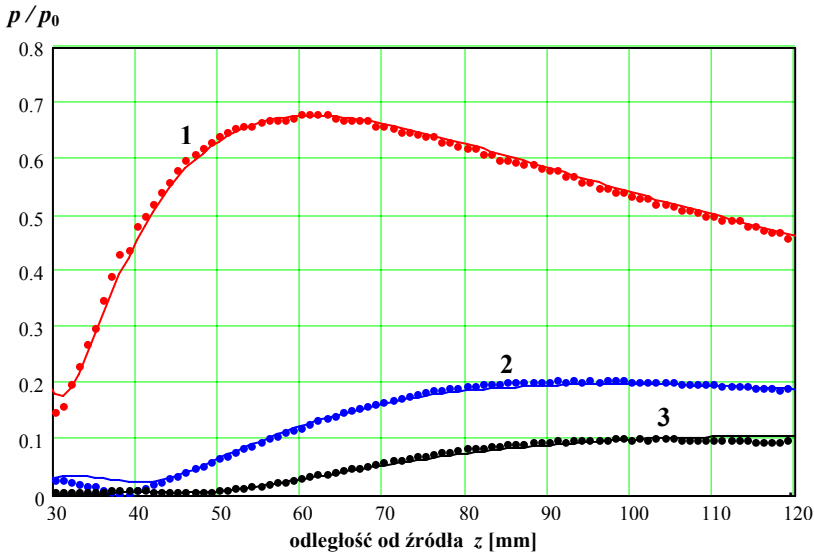


Rys. 5.9 oraz Rys. 5.10 ilustrują bardzo dobrą zgodność pomiędzy osiowymi rozkładami trzech harmonicznych, symulowanymi numerycznie, a wyznaczonymi doświadczalnie, potwierdzając tym samym poprawność i dokładność przewidywania przestrzenno-widmowej struktury nieliniowych pól za pomocą stosowanego 3D solwera numerycznego.

Na Rys. 5.11 przedstawiono porównanie przebiegu czasowego oraz widma rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali ultradźwiękowej o początkowym ciśnieniu 0.28 MPa (generowanego przez płaski przetwornik nadawczy o średnicy 15 mm i częstotliwości 3 MHz), wyznaczonych eksperymentalnie na osi promieniowania przetwornika nadawczego w odległości  $z = 100$  mm od niego, z wynikami symulacji numerycznych, przewidywanymi za pomocą 3D solwera numerycznego dla takich samych parametrów warunków brzegowych.

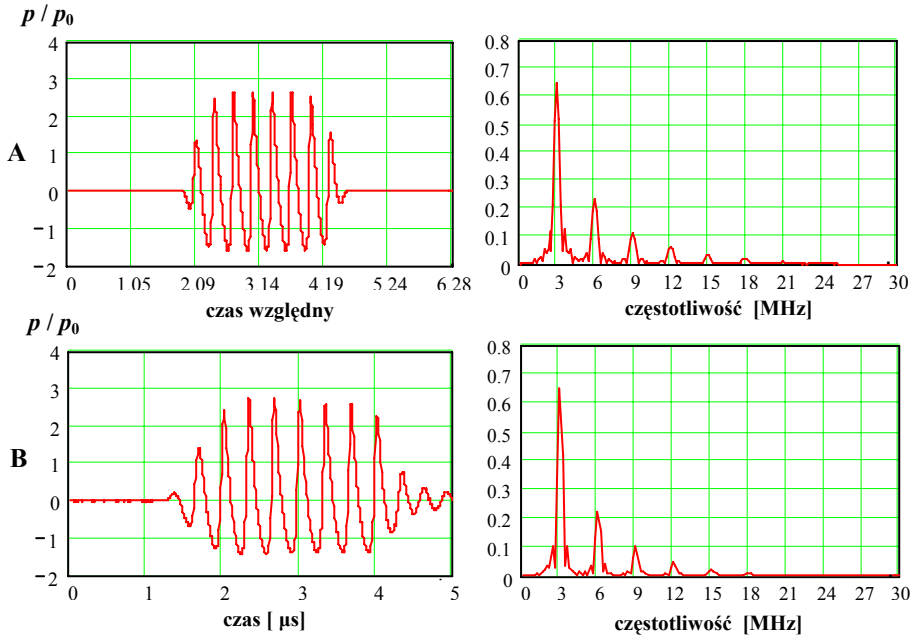


Rys. 5. 9. Osiowe rozkłady amplitudy ciśnienia 1-szej (1), 2-giej (2) oraz 3-ciej (3) harmonicznej rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowym ciśnieniu  $p_0 = 0.28$  MPa, generowanego przez płaski przetwornik o średnicy 15 mm i częstotliwości 3 MHz, wyznaczone eksperymentalnie (punkty) oraz symulowane numerycznie (linie ciągłe) przy użyciu 3D solwera numerycznego. Ciśnienie znormalizowano względem początkowej amplitudy  $p_0$ .



Rys. 5. 10. Osiowe rozkłady amplitudy ciśnienia 1-szej (1), 2-giej (2) oraz 3-ciej (3) harmonicznej rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowym ciśnieniu  $p_0 = 0.4$  MPa, generowanego przez płaski przetwornik o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz, wyznaczone eksperymentalnie (punkty) oraz symulowane numerycznie (linie ciągłe) przy użyciu 3D solvera numerycznego. Ciśnienie znormalizowano względem początkowej amplitudy  $p_0$ .

Wizualizacja ilościowej zawartości wiązek harmonicznych w nieliniowej wiązce w postaci wykresów rozkładów ciśnienia harmonicznych w wybranych osiach wyznaczanych na podstawie analizy spektralnej metodą FFT każdego próbkowanego przebiegu czasowego impulsu fali akustycznej, zarejestrowanego hydrofonem w każdym pomiarowym punkcie wybranej osi, jest procesem czasochłonnym, jeżeli wykonywać go ręcznie, punkt po punkcie. W związku z powyższym, proces ten został zautomatyzowany dzięki opracowanym w Zakładzie Ultradźwięków IPPT PAN przez Lewandowskiego M. programom SPLITWAF oraz HARMONICS, które pozwoliły znacznie przyspieszyć obróbkę spektralną próbkowanych w czasie impulsów oraz graficzne obrazowanie wyników analizy widmowej w postaci wykresów rozkładów ciśnienia składowych harmonicznych w wybranych osiach.



Rys. 5. 11. Przebieg czasowy ciśnienia (z lewej) oraz widmo (z prawej) rozchodzącego się w wodzie 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.28$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm oraz częstotliwości 2 MHz) wyznaczone na osi promieniowania źródła, w odległości  $z = 5$  mm od niego, numerycznie (A) oraz eksperymentalnie (B). Ciśnienie znormalizowano względem początkowej amplitudy  $p_0$ .

Ilościowa analiza symulowanych numerycznie przestrzennych rozkładów ciśnienia harmonicznych rozchodzącego się w wodzie impulsu fali akustycznej o różnej początkowej amplitudzie (generowanego przez płaskie okrągłe źródło o średnicy 15 mm i różnych częstotliwościach), a także porównanie otrzymanych wyników obliczeń z wynikami pomiarowymi dla takich samych warunków brzegowych pokazały, że 3D solver numeryczny bardzo dokładnie przewiduje przestrzenno-widmową strukturę nieliniowego pola dla wszystkich rozpatrywanych przypadków. Stopień zgodności pomiędzy wynikami obliczeń numerycznych a wynikami doświadczalnymi pokazuje stosunek amplitudy 1-szej do 2-giej harmonicznej wyznaczony numerycznie oraz eksperymentalnie w funkcji odległości od źródła. Jego średnia wartość dla wszystkich badanych punktów pomiarowych na osi  $z$  promieniowania źródła, poczynając od odległości w której rozpoczyna się gwałtowny wzrost amplitudy 2-giej harmonicznej wyniosła 0.98 (standardowe odchylenie równe 0.034).

## 6. Modelowanie numeryczne w dwuwarstwowym układzie ośrodków.

### 6.1. Wprowadzenie

3D solver numeryczny wraz z pakietem graficznym stanowiły efektywne czasowo narzędzie badawcze, umiejętność obsługi i modyfikacji którego umożliwiło autorce przeprowadzanie szybkiej symulacji numerycznej oraz wizualizacji widmowej struktury nieliniowych impulsowych pól, wytwarzanych w jednorodnych cieczach dla różnych warunków brzegowych. Duża dokładność przewidywania widmowej struktury nieliniowego pola, potwierdzona wynikami badań eksperymentalnych w wodzie (Rozdział 5), a także charakterystyczna właściwość tych pól (wykazana przez autorkę w Rozdziale 4), polegająca na tym, że gwałtowny wzrost amplitudy ciśnienia 2-giej, a następnie wyższych harmonicznych rozchodzącego się w jednorodnej cieczy impulsu fali akustycznej (generowanego przez płaskie okrągłe źródło o wybranej średnicy i częstotliwości) następuje zawsze w tej samej odległości od źródła, nie zależnie od amplitudy początkowego ciśnienia na jego powierzchni, stworzyły przesłanki pozwalające autorce na opracowanie nowej dokładniejszej metody wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  badanej biologicznej cieczy lub tkanki.

Podstawowa idea proponowanej metody polega na symulacji numerycznej osiowych rozkładów ciśnienia 1-szej i 2-giej harmonicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badany materiał dla różnych zakładanych wartości parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  tego ostatniego, a następnie ich porównywaniu w zakresie warstwy badanego materiału z osiowymi rozkładami wyznaczanymi doświadczalnie przy zachowaniu takich samych pozostałych warunków brzegowych. Symulowany numerycznie osiowy rozkład ciśnienia 1-szej oraz 2-giej harmonicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w dwuwarstwowym układzie: woda – badany ośrodek najbardziej zbliżony do osiowego rozkładu ciśnienia odpowiednich harmonicznych wyznaczonego doświadczalnie w zakresie warstwy badanego ośrodka pozwala z dużą dokładnością wyznaczyć poszukiwaną wartość parametru nieliniowości badanej cieczy lub tkanki biologicznej.

Dla każdego źródła akustycznego o wybranych rozmiarach oraz częstotliwości dwuwarstwowo układ ośrodków, których granice są prostopadłe do osi promieniowania źródła, komponowany jest w szczególny sposób. Warstwa wody ma stałą grubość  $L$ , równą osiowej odległości od źródła, w której następuje gwałtowny wzrost amplitudy 2-giej oraz pojawienie się 3-ciej harmonicznej impulsu fali akustycznej generowanego przez to źródło do wody. Na przykład, dla płaskiego okrągłego źródła akustycznego o średnicy 15 mm i częstotliwości 3MHz grubość  $L$

warstwy wody wynosi 7 cm (patrz Rys. 4.6, Rozdział 4), natomiast dla źródła o takiej samej średnicy i częstotliwości 2 MHz grubość ta jest równa  $L = 5$  cm (patrz Rys. 4.5, Rozdział 4). Warstwa badanego ośrodka może mieć dowolną grubość, jednak ze względu na duże tłumienie w tkankach biologicznych maksymalna rozpatrywana grubość  $d_{\max}$  badanego ośrodka nie przekraczała 5 cm w symulacjach numerycznych oraz 3 cm w badaniach doświadczalnych.

Woda spełnia rolę ośrodka odniesienia o dokładnie zbadanym i znanym z literatury parametrze nieliniowości, którego wartość przy temperaturze  $25^{\circ}\text{C}$  wynosi  $(B/A)_w = 5.2$ . Stosowanie warstwy wody przed warstwą badanego ośrodka pozwala, w istocie, zapewnić dokładność kalibracji układu pomiarowego, czyli dokładność wyznaczenia efektywnych rozmiarów źródła oraz średniego ciśnienia na jego powierzchni. Wymienione parametry, będące jednocześnie parametrami wejściowymi 3D solvera numerycznego, decydują o przebiegu zjawiska nieliniowej propagacji impulsu fali akustycznej w ośrodku rzeczywistym (nieliniowym i dyspersyjnym).

## 6. 2. Numeryczny model propagacji.

Dla opisu propagacji fali akustycznej o skończonej amplitudzie w nieliniowym dwuwarstwowym układzie ośrodków stratnych, opracowany przez Wójcika J. model matematyczny został przez niego rozwinięty. Modyfikacja modelu matematycznego polegała na wprowadzeniu układu jednorodnych ośrodków warstwowych o różnych własnościach akustycznych. W przypadku ośrodka zawierającego  $m$  warstw nieliniowe równanie falowe (4.1), opisujące propagację zaburzenia akustycznego o skończonej amplitudzie w  $m$ -tej warstwie, w bezwymiarowym układzie zmiennych ma postać:

$$c_{m0}^2 \nabla^2 \varphi_m - \partial_{tt} \varphi_m - 2 \partial_t \mathbf{A}_m \varphi_m - q_m \partial_t (\partial_t \varphi_m)^2 = 0 \quad (6.1)$$

gdzie

$$q_m \equiv \varepsilon_{m0} \beta_m / c_{m0}^2, \quad \beta_m = 1 + \frac{1}{2} (B/A)_m \quad (6.2)$$

$$\mathbf{A}_m \varphi_m \equiv A_m(t) \otimes \varphi_m(\mathbf{x}, t), \quad A_m(t) = F^{-1}[\alpha_m(\omega)], \quad (6.3)$$

$p_m(\mathbf{x}, t) \equiv -g_{m0} \partial_t \varphi_m(\mathbf{x}, t)$  – przebieg czasowy ciśnienia impulsu akustycznego w badanym punkcie przestrzeni o współrzędnych  $(x, y, z)$   $m$ -tej warstwy, znormalizowany względem średniego ciśnienia  $p_0$  na powierzchni źródła;  $\varphi_m(\mathbf{x}, t)$  – znormalizowany przebieg czasowy potencjału akustycznego w tym punkcie;  $\mathbf{A}_m$  – operator absorpcji o charakterze splotowym w  $m$ -tej warstwie;  $\rho_0, c_0, k_0$  – odpowiednio

równowagowa gęstość, prędkość propagacji oraz liczba falowa nie zaburzonego ośrodka odniesienia (odgazowanej destylowanej wody);  $\varepsilon_0 \equiv p_0 / \rho_0 c_0^2$  – jego akustyczna liczba Macha;  $g_{m0} = \rho_m / \rho_0$ ;  $c_{m0} = c_m / c_0$ ;  $\varepsilon_{m0} = \varepsilon_m / \varepsilon_0$  – znormalizowane względem parametrów ośrodka odniesienia odpowiednio gęstość, prędkość propagacji oraz akustyczna liczba Macha dla  $m$ -tej warstwy;  $(B/A)_m$  – wartość parametru nieliniowości  $m$ -tej warstwy;  $\alpha_m(\omega) = \delta_m \omega^{b(m)}$  – jej słabosygnałowy współczynnik absorpcji, gdzie  $\delta_m$  – bezwymiarowa dyfuzyjność dźwięku,  $b(m)$  – wykładnik, określający zależność współczynnika absorpcji od częstotliwości.

Na podstawie rozwiniętego modelu matematycznego Wójcik J. udoskonalił również 3D kod numeryczny wraz z jego implementacją komputerową, która umożliwiała szybkie przewidywanie i wizualizację przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego impulsowego pola ciśnienia, wytwarzanego przez płaskie osiowosymetryczne źródło akustyczne w warstwowym układzie jednorodnych ośrodków rzeczywistych. Dostęp do efektywnego czasowo narzędzia badawczego w postaci udoskonalonego 3D solvera numerycznego, a także umiejętność obsługi i modyfikacji zarówno 3D solvera jak i pakietu graficznego pozwoliły autorce na przeprowadzenie metodą symulacji numerycznych badań przestrzenno-widmowej struktury nieliniowej wiązki, wytwarzanej w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badana biologiczna ciecz lub tkanka w zależności od parametrów warunków brzegowych, określanych rozmiarem i częstotliwością źródła, początkową amplitudą generowanego przez niego sinusoidalnego impulsu ciśnienia fali akustycznej, a także geometrycznymi oraz akustycznymi parametrami badanych warstw. Możliwość szybkiego wglądu w przestrzenno-widmową strukturę wytwarzanego w dwuwarstwowym układzie ośrodków nieliniowego pola akustycznego, która występuje w postaci wykresów osiowych oraz poprzecznych rozkładów ciśnienia harmonicznych impulsowej fali akustycznej, rozchodzącej się w tym układzie, pozwoliła autorce również na przeprowadzenie ilościowej analizy zależności widmowej struktury nieliniowego pola od parametrów geometrycznych oraz parametrów pracy źródła, a także od liniowych oraz nieliniowych własności badanego ośrodka.

### 6. 3. Wyniki symulacji numerycznych.

Ze względu na łatwość weryfikacji zgodności wyników pomiarów z wynikami symulacji numerycznych, na początku rozpatrzono dwuwarstwowe układy ośrodków: woda – powszechnie dostępna standardowa ciecz (olej kukurydziany, glikol etylenowy, gliceryna), których liniowe oraz nieliniowe własności są znane z literatury. Wartości parametrów akustycznych wspomnianych cieczy umieszczono w Tabeli 6.1.

Tabela 6. 1. Własności akustyczne badanych cieczy przy temperaturze 25°C.

materiał	gęstość (kg/m <sup>3</sup> )	prędkość akustyczna (m/s)	współczynnik absorpcji (Np/m · Hz <sup>b</sup> )	B/A (literatura)	b
Destylowana odgazowana woda	997	1497	$2.8 \cdot 10^{-14}$	5.2	2
Glikol etylenowy	1110	1660	$18 \cdot 10^{-14}$	9.9	2
Olej kukurydziany	920	1470	$70 \cdot 10^{-14}$	10.5	2
Gliceryna	1260	1890	$570 \cdot 10^{-14}$	9.4	2

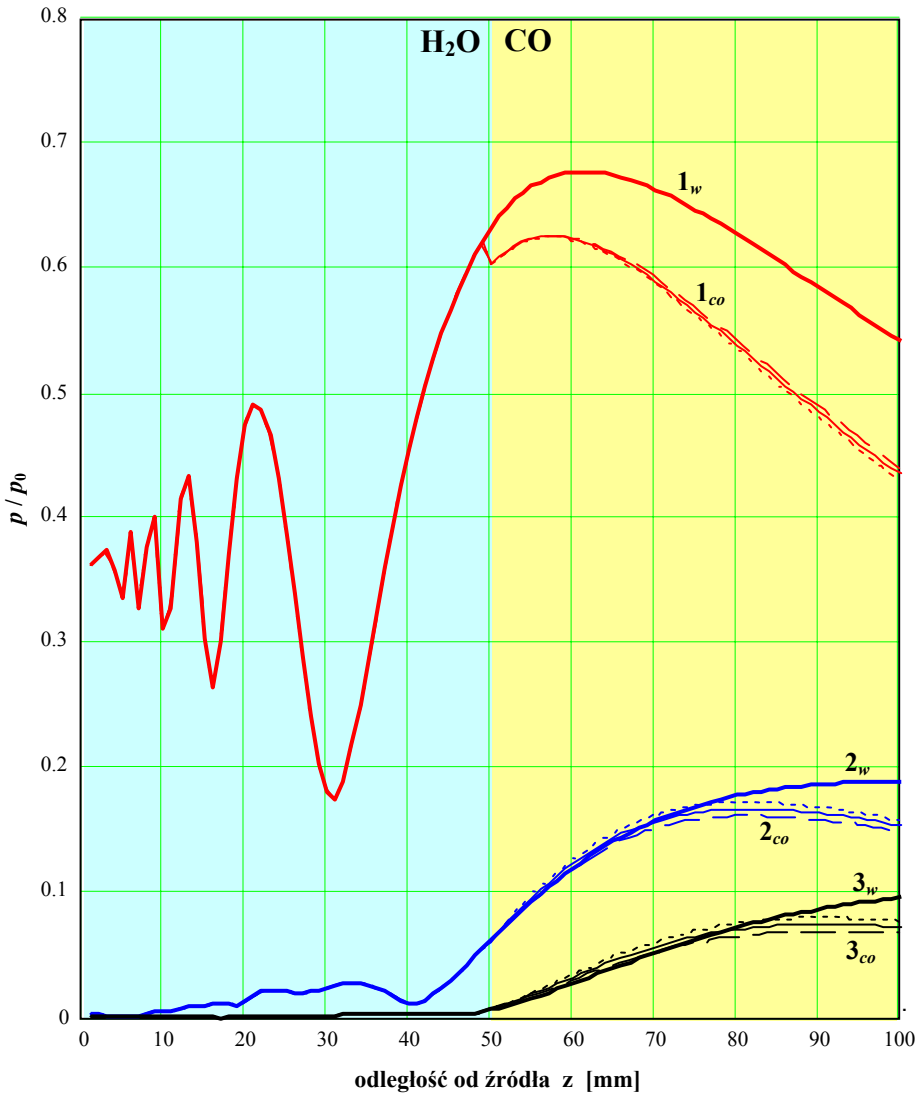
Autorka przeprowadziła szereg symulacji numerycznych przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola, wytwarzanego przez płaskie okrągłe źródło akustyczne w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badana standardowa ciecz dla różnych warunków brzegowych, określanych za pomocą średnicy i częstotliwości źródła, początkowej amplitudy ciśnienia generowanego przez niego impulsu fali akustycznej, słabosygnałowego współczynnika tłumienia badanej cieczy o poszukiwanej wartości parametru nieliniowości  $(B/A)_x$ , a także wykładnika  $b$ , określającego jego zależność od częstotliwości. W symulacjach numerycznych zakładano 3 różne wartości parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  badanej cieczy, a mianowicie: 1) znaną z literatury (nominalną), 2) o 10% większą i 3) o 10% mniejszą. Rozpatrzono płaskie źródła o średnicy 10, 15, 20, 30 mm i częstotliwości  $f_0 = 1, 2, 3$  MHz, generujące 8-okresowe sinusoidalne impulsy fali akustycznej o początkowej amplitudzie ciśnienia  $p_0 = 0.2, 0.28, 0.4$  MPa. Wybór rozmiarów źródła oraz parametrów jego pracy podyktowany był możliwością porównania uzyskanych wyników obliczeń w dwuwarstwowym układzie ośrodków z wynikami symulacji numerycznych oraz wynikami pomiarów w samej wodzie.

Dla ilościowej oceny różnic w przestrzenno-widmowej strukturze nieliniowej wiązki (wytwarzanej w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badany materiał) spowodowanych  $\pm 10\%$  zmianą wartości parametru  $(B/A)_x$  badanego materiału wokół wartości nominalnej, wygodniej jest posługiwać się osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej ( $1_x/2_x$ ) oraz 1-szej do 3-ciej ( $1_x/3_x$ ) harmonicznej impulsu fali akustycznej, propagującego się w zakresie warstwy badanego materiału, w funkcji jego osiowej odległości od źródła.

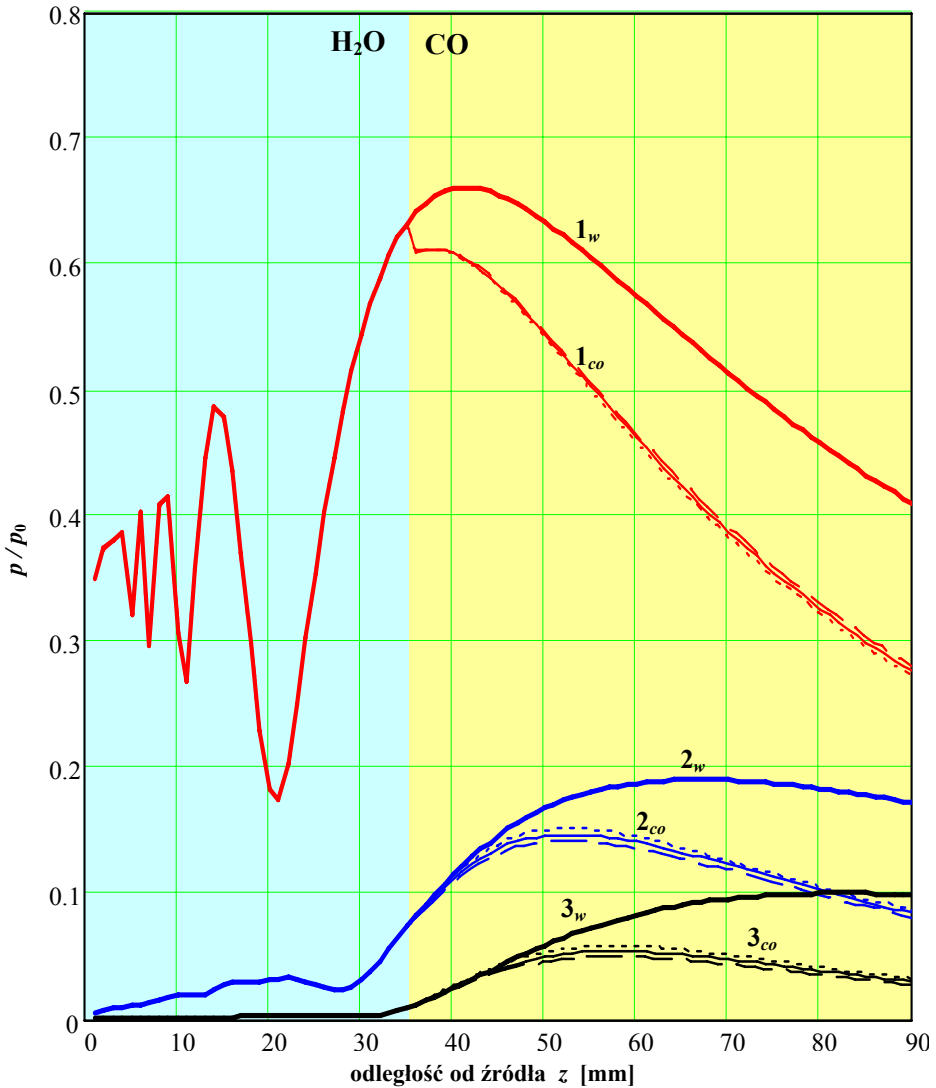
Na pierwszym etapie autorka przeprowadziła badania wpływu częstotliwości drgań płaskiego okrągłego źródła na zmianę widmowej struktury nieliniowej wiązki, wytwarzanej przez niego w dwuwarstwowym układzie rozpatrywanych ośrodków: woda – badana standardowa ciecz, spowodowaną zmianą zakładanej wartości parametru nieliniowości tej ostatniej. Ilościowa analiza symulowanych numerycznie przestrzenno-widmowych rozkładów ciśnienia w nieliniowych wiązkach, wytwarzanych przy zakładaniu różnych warunków brzegowych, pozwoliła zauważyć, że

stosowanie źródeł o wyższej częstotliwości prowadzi do zmniejszenia różnic pomiędzy osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej i 1-szej do 3-ciej harmonicznej, spowodowanych  $\pm 10\%$  zmianą wokół wartości nominalnej zakładanego w symulacjach numerycznych parametru  $(B/A)_x$  badanej standardowej cieczy. Przykłady osiowego rozkładu amplitudy 1-szej, 2-giej i 3-ciej harmonicznej rozchodzącego się w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – olej kukurydziany impulsu fali akustycznej, generowanego przez płaskie źródła o jednakowym parametrze  $ka$ , jednak o różnej częstotliwości, gdy zakładane wartości parametru nieliniowości  $(B/A)_{co}$  oleju kukurydzianego oscylują wokół jego wartości nominalnej w zakresie  $\pm 10\%$ , przedstawiono na Rys. 6.1 i Rys. 6.2. Dla przypadków warunków brzegowych z powyższych rysunków na Rys. 6.3 i Rys. 6.4 przedstawiono symulowane numerycznie w zakresie warstwy oleju kukurydzianego osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej ( $1_{co}/2_{co}$ ) oraz 1-szej do 3-ciej ( $1_{co}/3_{co}$ ) harmonicznej impulsu fali akustycznej, generowanego przez źródło o niższej oraz wyższej częstotliwości. Jak wynika z powyższych rysunków, dla źródła o niższej częstotliwości różnica pomiędzy osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej oraz 1-szej do 3-ciej harmonicznej jest większa niż dla źródła o wyższej częstotliwości. W przypadku źródła o częstotliwości 2 MHz maksymalne różnice pomiędzy osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej ( $1_{co}/2_{co}$ ) oraz 1-szej do 3-ciej ( $1_{co}/3_{co}$ ) harmonicznej wynoszą odpowiednio  $\pm 0.13$  oraz  $\pm 0.9$ . W przypadku źródła o częstotliwości 3 MHz różnice powyższe oscylują odpowiednio w granicach  $\pm 0.08$  oraz  $\pm 0.46$ . W oparciu o przeprowadzoną analizę dla innych rozpatrywanych standardowych cieczy autorka wykazała, że posiadając źródła akustyczne o jednakowej wartości  $ka$ , stosowanie źródła o niższej częstotliwości pozwoli wyznaczyć wartość parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  badanego ośrodka z większą dokładnością, ponieważ zawężając zakres oscylacji zakładanego w symulacjach numerycznych parametru  $(B/A)_x$  wokół jego wartości nominalnej nawet poniżej  $\pm 5\%$ , nadal różnice pomiędzy rodziną obliczonych krzywych będą wykrywalne.

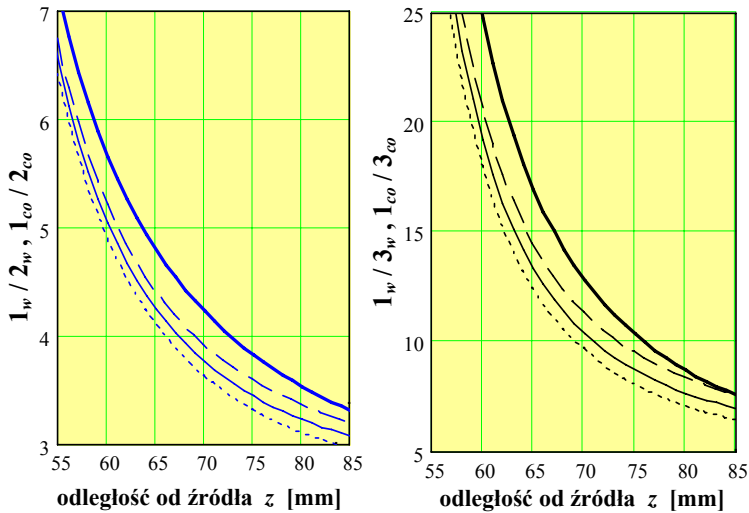




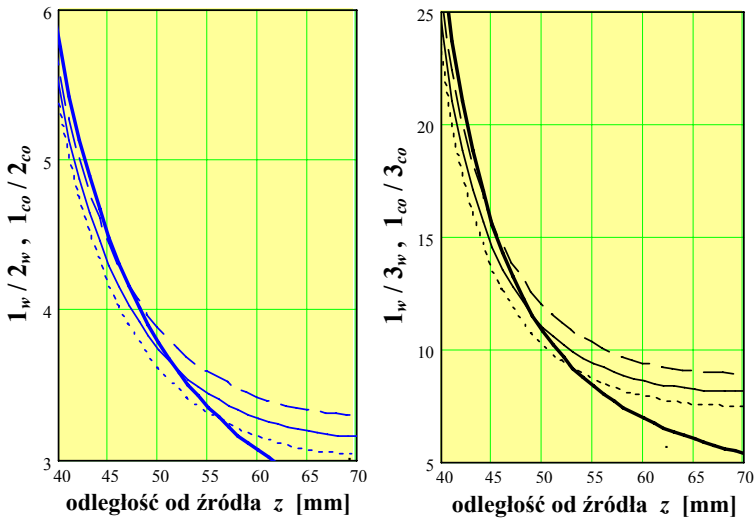
Rys. 6. 1. Osiowe rozkłady ciśnienia 1-szej (1), 2-giej (2) oraz 3-ciej (3) harmonicznej 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz) rozchodzącego się w wodzie lub w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 50 mm wody + 50 mm oleju kukurydzianego, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości oleju kukurydzianego: 9.5 (linie przerywane), 10.5 (linie ciągłe), 11.5 (linie kropkowane). Indeksy  $w$ ,  $co$  oznaczają odpowiednio wodę i olej kukurydziany. Ciśnienie znormalizowano względem początkowej amplitudy  $p_0$  na powierzchni źródła.



Rys. 6. 2. Osiowe rozkłady ciśnienia 1-szej (1), 2-giej (2) oraz 3-ciej (3) harmonicznej 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 10 mm i częstotliwości 3 MHz) rozchodzącego się w wodzie lub w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 35 mm wody + 55 mm oleju kukurydzianego, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości oleju kukurydzianego: 9.5 (linie przerywane), 10.5 (linie ciągłe), 11.5 (linie kropkowane). Indeksy  $w$ ,  $co$  oznaczają odpowiednio wodę i olej kukurydziany. Ciśnienie znormalizowano względem początkowej amplitudy  $p_0$  na powierzchni źródła.

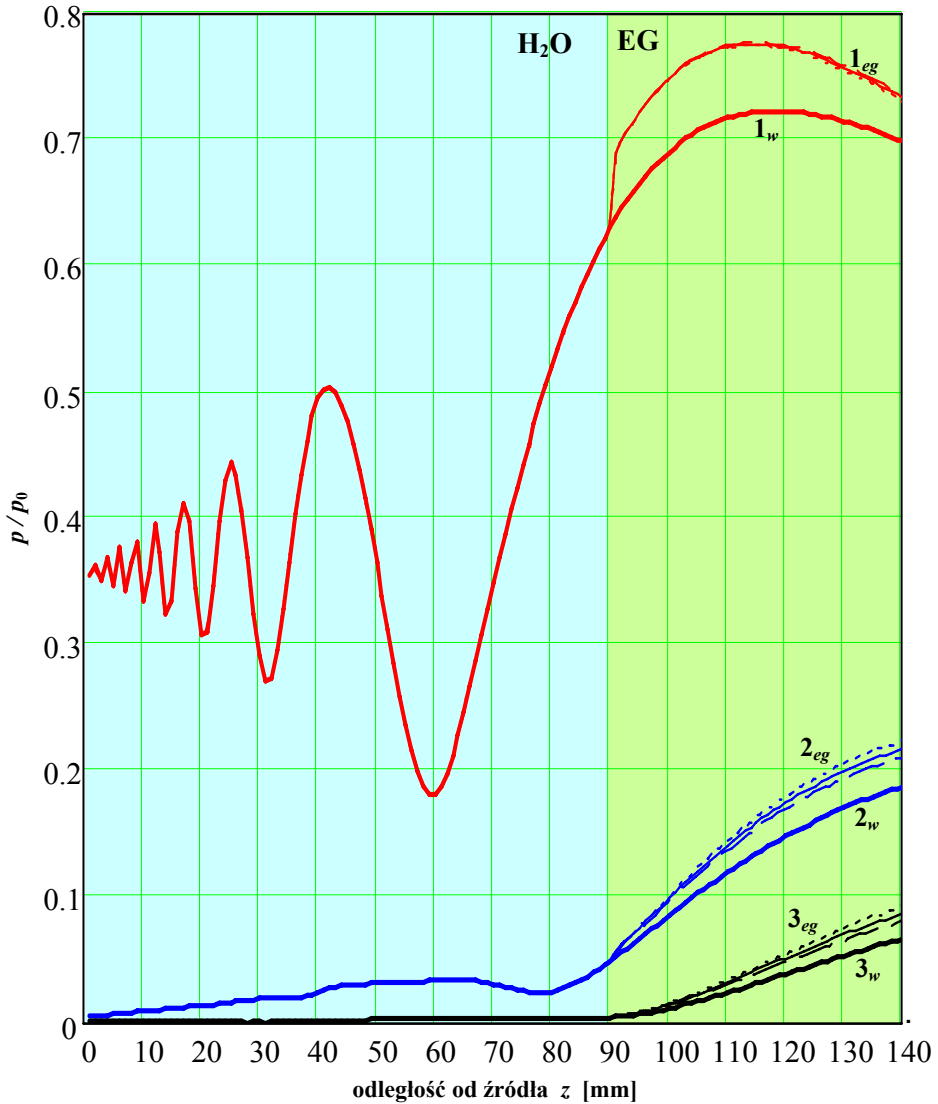


Rys. 6. 3. Osiove rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej (z lewej) i 1-szej do 3-ciej (z prawej) harmonicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w samej wodzie (linie grube) oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda - olej kukurydziany (linie cienkie) w zakresie odległości  $z = 55 - 85$  mm od źródła dla warunków brzegowych z Rys. 6.1.

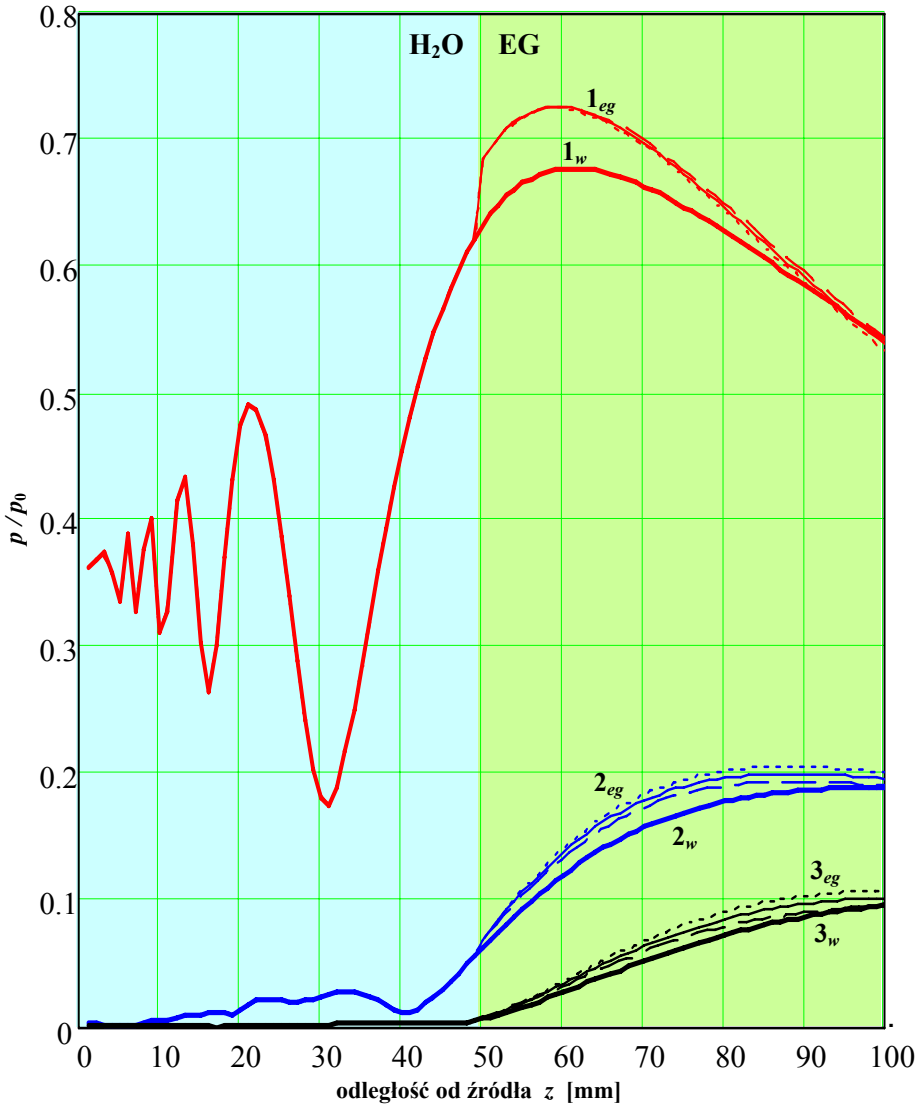


Rys. 6. 4. Osiove rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej (z lewej) i 1-szej do 3-ciej (z prawej) harmonicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w samej wodzie (linie grube) oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda - olej kukurydziany (linie cienkie) w zakresie odległości  $z = 40 - 70$  mm od źródła dla warunków brzegowych z Rys. 6.2.

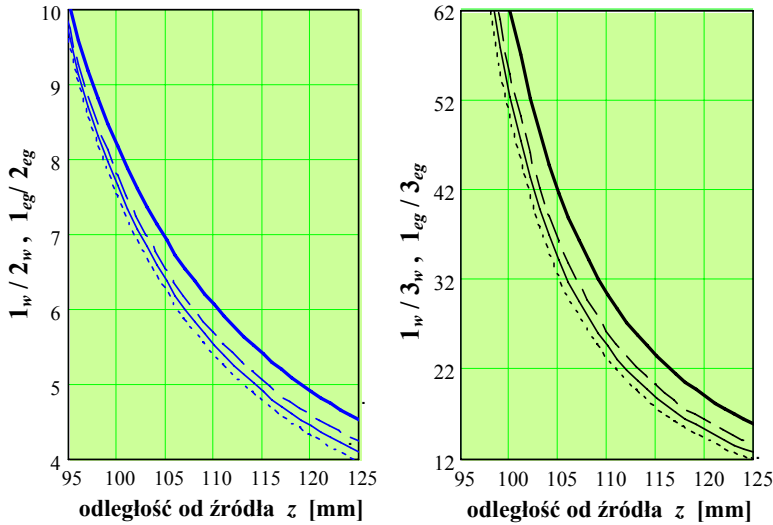
W następnej kolejności metodą symulacji numerycznych autorka przeprowadziła badania wpływu rozmiarów płaskiego źródła na zmiany widmowej struktury nieliniowej wiązki wytwarzanej przez niego w dwuwarstwowym układzie rozpatrywanych ośrodków: woda – standardowa ciecz. Analiza otrzymanych wyników pozwoliła wykazać, że w przypadku źródeł o jednakowym parametrze  $ka$  stosowanie źródła o większej średnicy powoduje większe różnice pomiędzy osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej oraz 1-szej do 3-ciej harmonicznej impulsu fali akustycznej, rozchodzącego się w dwuwarstwowym układzie ośrodków, obliczonymi dla 3-ch różnych wartości parametru nieliniowości badanego ośrodka, oscylujących wokół wartości nominalnej w zakresie  $\pm 10\%$ . Przykłady ilościowej zawartości harmonicznych w przestrzenno-widmowej strukturze nieliniowej wiązki wytwarzanej w wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – glikol etylenowy przez płaskie źródła akustyczne o jednakowym parametrze  $ka$ , jednak o różnych średnicach przedstawiono na Rys. 6.5 i Rys. 6.6. Dla warunków brzegowych z powyższych rysunków, odpowiednio na Rys. 6.7 oraz Rys. 6.8 przedstawiono osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej oraz 1-szej do 3-ciej harmonicznej w dwuwarstwowym układach: woda – glikol etylenowy dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości glikolu etylenowego, oscylujących wokół wartości nominalnej w zakresie  $\pm 10\%$ . Jak wynika z powyższych rysunków, dla źródeł akustycznych o jednakowym parametrze  $ka \approx 125$  w przypadku źródła o średnicy 30 mm maksymalne różnice pomiędzy osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia ( $1_{eg}/2_{eg}$ ) oraz ( $1_{eg}/3_{eg}$ ), spowodowane  $\pm 10\%$  zmianą parametru  $(B/A)_{eg}$  wokół wartości nominalnej, oscylują w granicach równych odpowiednio  $\pm 0.14$  oraz  $\pm 1$ , natomiast w przypadku źródła o 2 razy mniejszej średnicy wahania te wynoszą odpowiednio  $\pm 0.1$  oraz  $\pm 0.5$ .



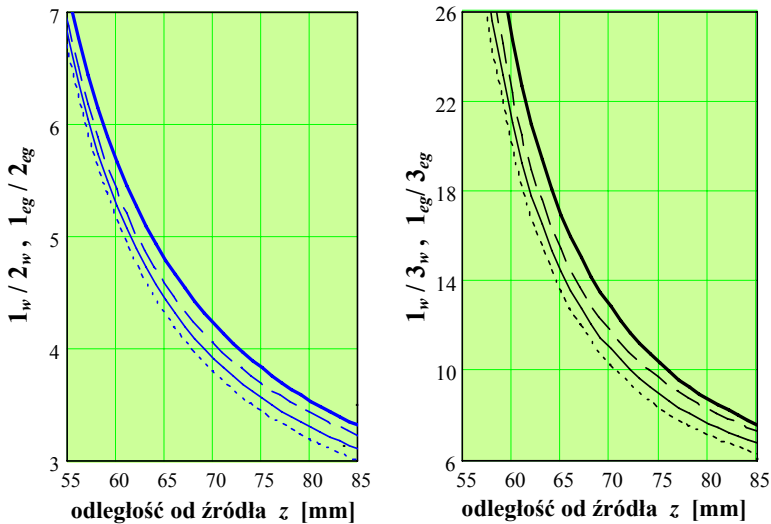
Rys. 6. 5. Osiowe rozkłady ciśnienia 1-szej (1), 2-giej (2) oraz 3-ciej (3) harmonicznej 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 30 mm i częstotliwości 1 MHz) rozchodzącego się w wodzie lub w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 90 mm wody + 50 mm glikolu etylenowego, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości glikolu etylenowego: 9 (linie przerywane), 10 (linie ciągłe), 11 (linie kropkowane). Indeksy  $w$ ,  $eg$  oznaczają odpowiednio wodę i glikol etylenowy. Ciśnienie znormalizowano względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle.



Rys. 6. 6. Osiowe rozkłady ciśnienia 1-szej (1), 2-giej (2) oraz 3-ciej (3) harmonicznej 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz) rozchodzącego się w wodzie lub w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 50 mm wody + 50 mm glikolu etylenowego, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości glikolu etylenowego: 9 (linie przerywane), 10 (linie ciągłe), 11 (linie kropkowane). Indeksy  $w$ ,  $eg$  oznaczają odpowiednio wodę i glikol etylenowy. Ciśnienie znormalizowano względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle.



Rys. 6. 7. Osieowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej (z lewej) i 1-szej do 3-ciej (z prawej) harmonicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w samej wodzie (linie grube) oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – glikol etylenowy (linie cienkie) w zakresie odległości  $z = 95 - 125$  mm od źródła dla warunków brzegowych z Rys. 6.5.



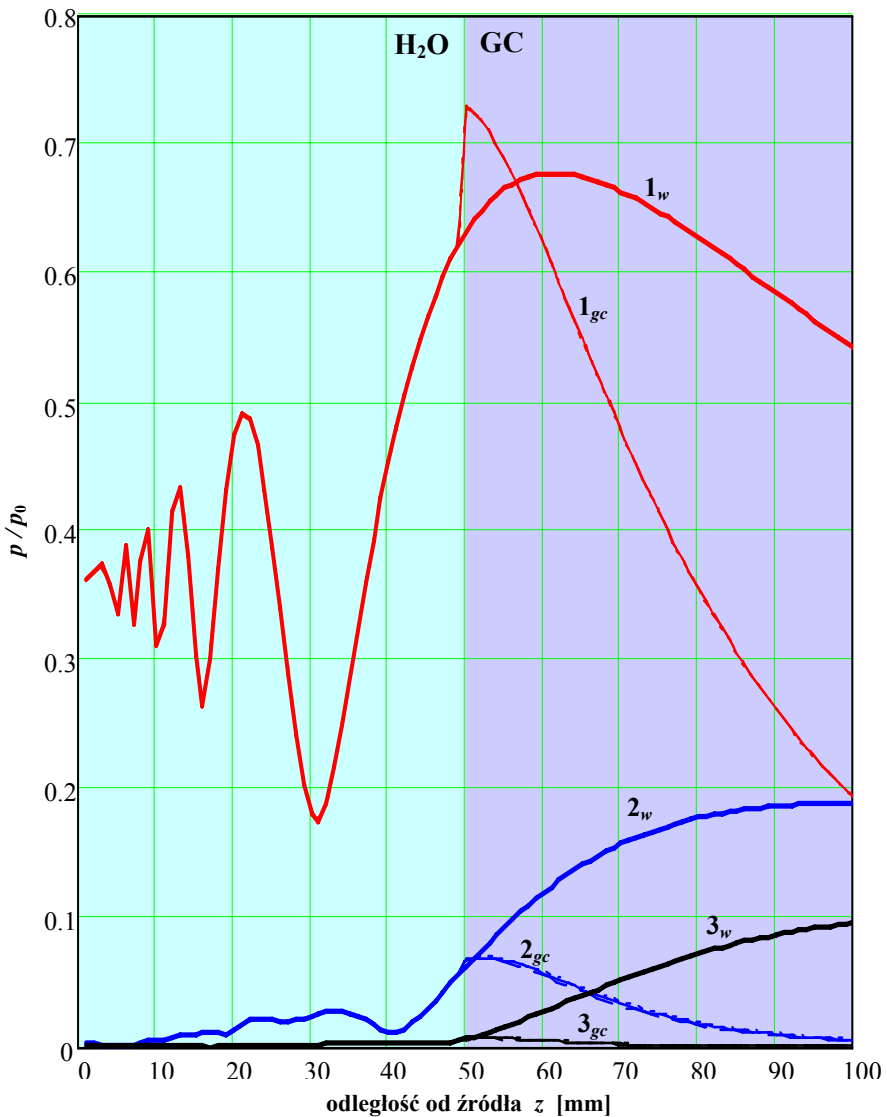
Rys. 6. 8. Osieowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej (z lewej) i 1-szej do 3-ciej (z prawej) harmonicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w samej wodzie (linie grube) oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – glikol etylenowy (linie cienkie) w zakresie odległości  $z = 55 - 85$  mm od źródła dla warunków brzegowych z Rys. 6.6.

Na podstawie wyników, przedstawionych na powyższych rysunkach, autorka wykazała, że w celu zwiększenia dokładności wyznaczania wartości  $(B/A)_x$  badanego ośrodka należy wybierać źródła o większej średnicy i niższej częstotliwości rezonansowej. Szczególnie ma to znaczenie przy wyznaczaniu wartości  $(B/A)_x$  silnie tłumiących cieczy (na przykład gliceryny), gdy tłumienie wraz z jego kwadratową zależnością od częstotliwości mają dominujący wpływ na widmową strukturę nieliniowej wiązki w porównaniu z wpływem wielkości jej parametru nieliniowości. Zmiany przestrzenno-widmowej struktury nieliniowej wiązki, wytwarzanej w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – gliceryna, spowodowane zmianami średnicy oraz częstotliwości źródła ilustrują Rys. 6.9 – Rys. 6.12. Jak wynika z Rys. 6.9 dla źródła o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz różnice pomiędzy osiowymi rozkładami ciśnienia 1-szej, 2-giej oraz 3-ciej harmonicznej, obliczonymi dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości gliceryny są znikome. W takich przypadkach dla wyznaczenia wartości parametru nieliniowości badanego ośrodka należy stosować źródło o większej średnicy i niższej częstotliwości, albo zwiększyć poziom jego pobudzenia. Rys. 6.10 przedstawia przestrzenno-widmową strukturę nieliniowej wiązki wytwarzanej w układzie ośrodków: woda – gliceryna przez źródło o 2 razy większej średnicy i 2 razy niższej częstotliwości dla takich samych zakładanych wartości parametru nieliniowości gliceryny.

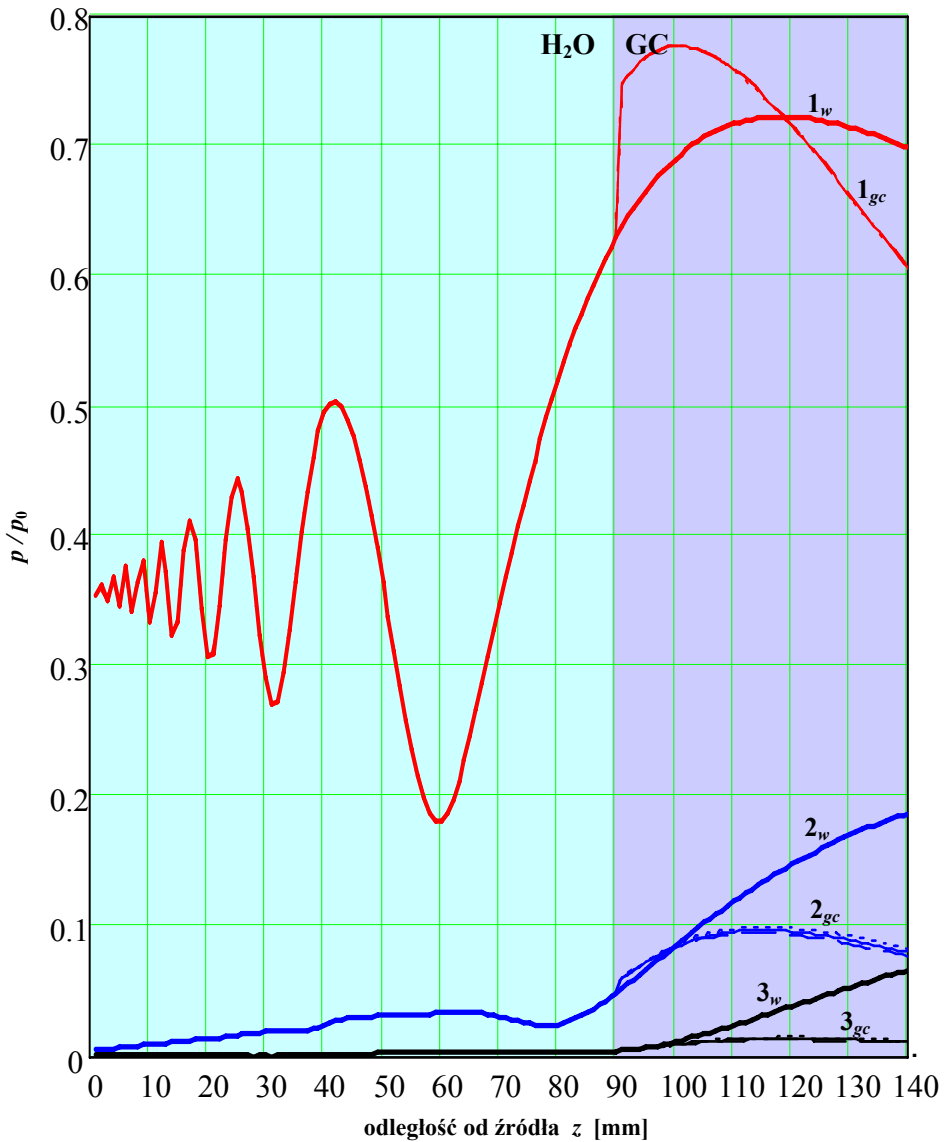
Osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej ( $1_{gc}/2_{gc}$ ) oraz 1-szej do 3-ciej ( $1_{gc}/3_{gc}$ ) harmonicznej impulsu fali akustycznej, rozchodzącego się w układzie ośrodków: woda – gliceryna w zakresie warstwy gliceryny, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości  $(B/A)_{gc}$  gliceryny (przy zastosowaniu parametrów warunków brzegowych z Rys. 6.10) przedstawiono na Rys. 6.12. Maksymalne różnice pomiędzy osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia ( $1_{gc}/2_{gc}$ ) oraz ( $1_{gc}/3_{gc}$ ) w tym przypadku wyniosły odpowiednio  $\pm 0.28$  oraz  $\pm 5$ .

Następnym etapem badań autorki było przeprowadzenie szeregu symulacji numerycznych przestrzenno-widmowej struktury nieliniowej wiązki, wytwarzanej w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – standardowa tkanka biologiczna, dla różnych warunków brzegowych. Rozpatrzono ośrodki jednorodne (krew wieprzową, homogenizowaną wątrobę wieprzową oraz homogenizowany produkt sojowy tofu, imitujący tkankę miękką), których liniowe oraz nieliniowe własności są opisane w literaturze. Biologiczne tkanki są ośrodkami o znacznie większym tłumieniu niż cieczy, jednak zależność ich współczynnika tłumienia od częstotliwości jest prawie liniowa, wtedy gdy dla cieczy – kwadratowa. Wartości akustycznych parametrów badanych tkanek umieszczono w Tabeli 6.2.

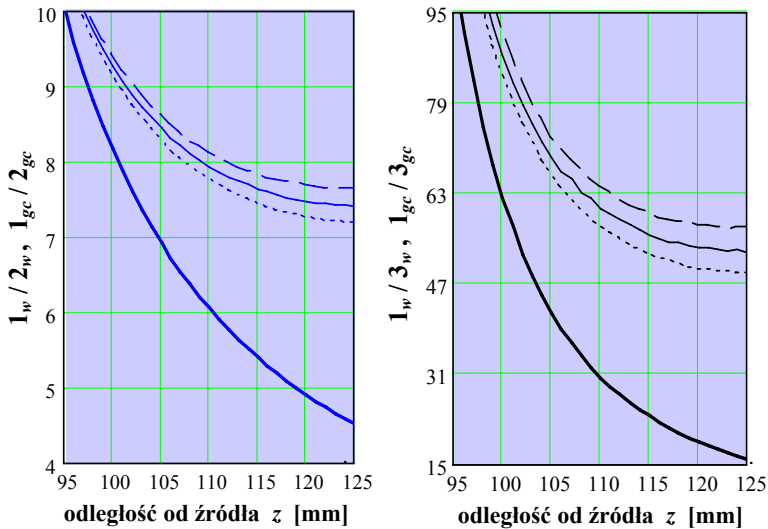




Rys. 6. 9. Osiowe rozkłady ciśnienia 1-szej (1), 2-giej (2) oraz 3-ciej (3) harmonicznej 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz) rozchodzącego się w wodzie lub w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 50 mm wody + 50 mm gliceryny symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości gliceryny: 8.5 (linie przerywane), 9.5 (linie ciągłe), 10.5 (linie kropkowane). Indeksy  $w$ ,  $gc$  oznaczają odpowiednio wodę i glicerynę. Ciśnienie znormalizowano względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle.



Rys. 6. 10. Osiowe rozkłady ciśnienia 1-szej (1), 2-giej (2) oraz 3-ciej (3) harmonicznej 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz) rozchodzącego się w wodzie lub w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 50 mm wody + 50 mm gliceryny symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości gliceryny: 8.5 (linie przerywane), 9.5 (linie ciągłe), 10.5 (linie kropkowane). Indeksy  $w, gc$  oznaczają odpowiednio wodę i glicerynę. Ciśnienie znormalizowano względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle.



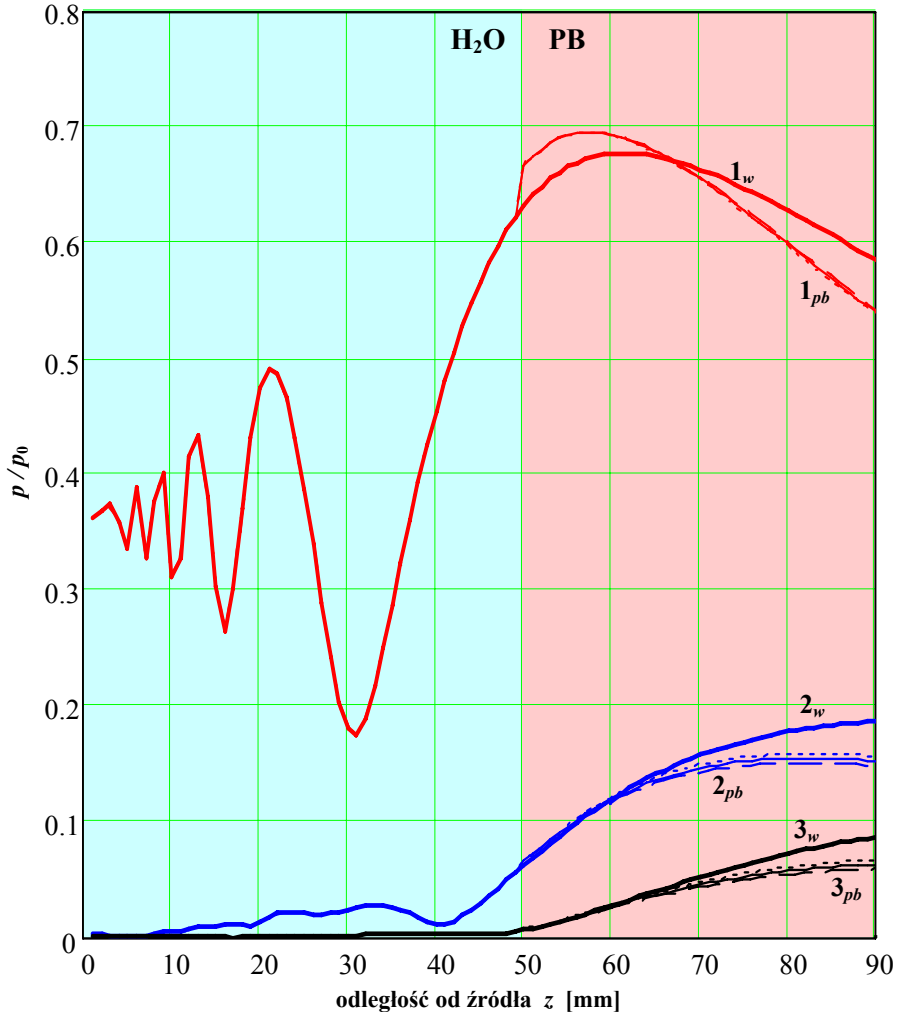
Rys. 6. 11. Osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej (z lewej) i 1-szej do 3-ciej (z prawej) harmonicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w samej wodzie (linie grube) oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – gliceryna (linie cienkie) w zakresie odległości  $z = 95 - 125$  mm od źródła dla warunków brzegowych z Rys. 6.10.

Tabela 6. 2. Własności akustyczne badanych tkanek biologicznych w temperaturze 25°C.

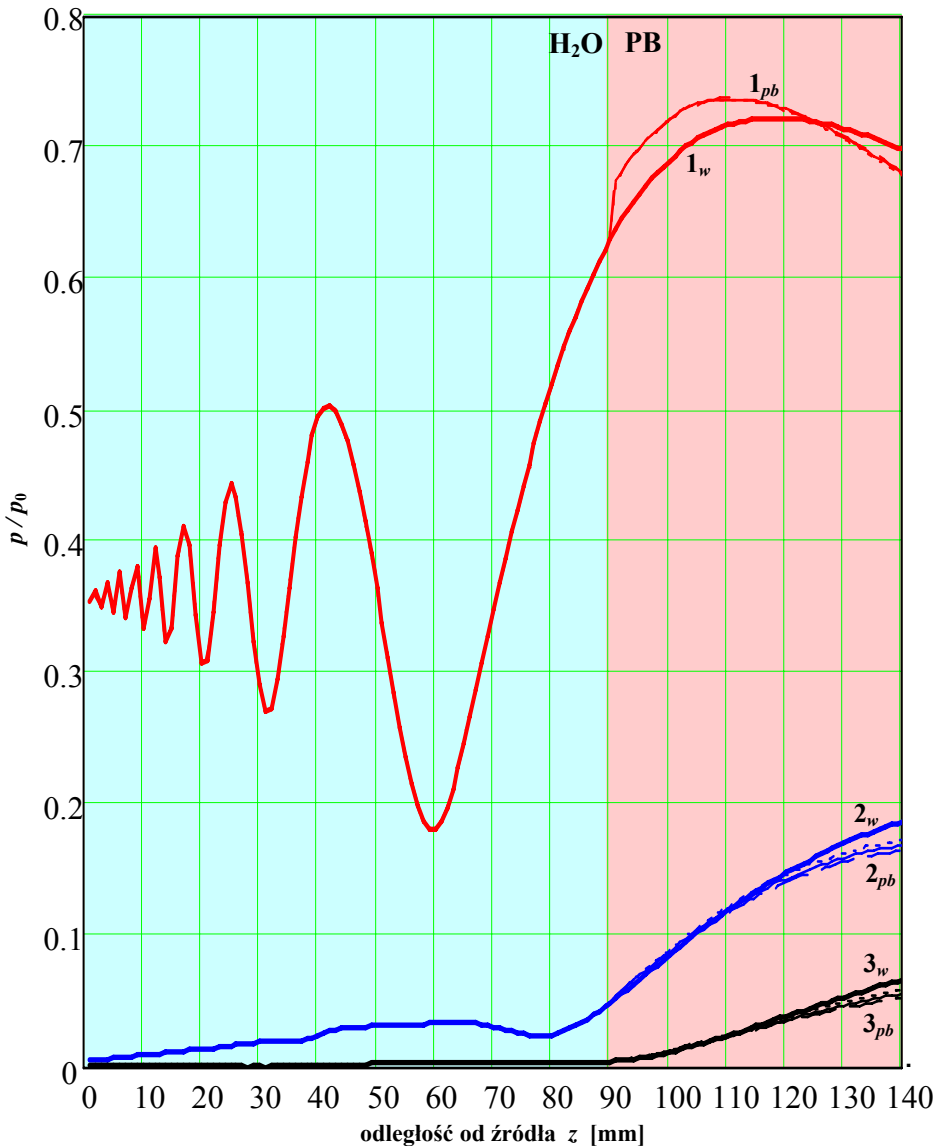
Materiał	Gęstość ( $\text{kg/m}^3$ )	Prędkość akustyczna (m/s)	Współczynnik absorpcji ( $\text{Np/m} \cdot \text{Hz}^b$ )	B/A (literatura)	b
Krew wieprzowa	1080	1600	$16 \cdot 10^{-7}$	6.2 [ 37 ]	1.08
Homogenizowana wątroba świni	1060	1550	$78 \cdot 10^{-7}$	6.6 [ 37 ]	1
Tofu (ośrodek imitujący tkankę miękką)	1150	1480	$115 \cdot 10^{-7}$	5.6 [ 49 ]	1.1

Na podstawie przeprowadzonej ilościowej analizy zawartości wiązek harmonicznych w nieliniowej wiązce, wytwarzanej w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – biologiczna tkanka przez płaskie źródło akustyczne o różnych rozmiarach, częstotliwości oraz poziomie jego pobudzania, autorka potwierdziła wykazaną dla cieczy zależność (jednak słabszą), że dla źródeł o jednakowym parametrze  $ka$  stosowanie źródła o większej średnicy i niższej częstotliwości prowadzi do większych amplitudowych różnic pomiędzy osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej ( $I_x/2_x$ ) oraz 1-szej do 3-ciej ( $I_x/3_x$ ) harmonicznej, spowodowanych  $\pm 10\%$  zmianą zakładanej wartości parametru nieliniowości badanej tkanki wokół jej wartości nominalnej. Przykłady przestrzenno-widmowej struktury nieliniowej wiązki, wytwarzanej w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda –

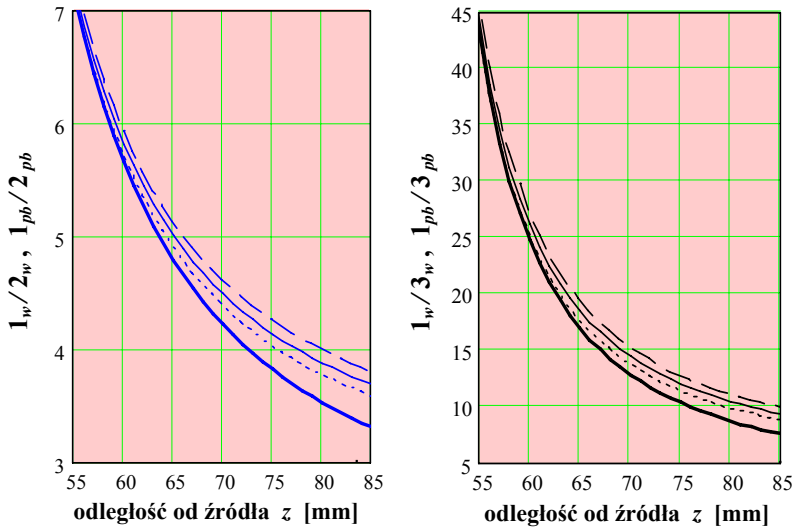
standardowa jednorodna tkanka, a także osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej ( $1_x / 2_x$ ) oraz 1-szej do 3-ciej ( $1_x / 3_x$ ) harmonicznej w zakresie warstwy badanego ośrodka, symulowane numerycznie dla różnych warunków brzegowych przedstawiono na Rys. 6.12 – Rys. 6.21.



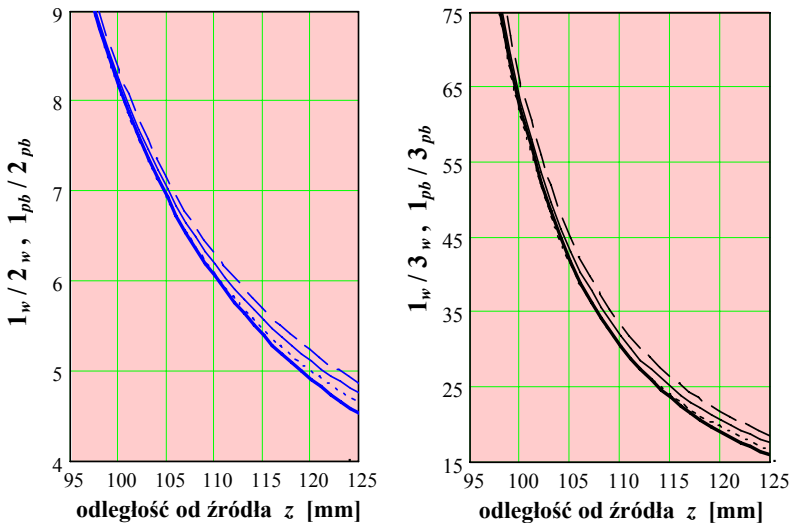
Rys. 6. 12. Osiowe rozkłady ciśnienia 1-szej (1), 2-giej (2) oraz 3-ciej (3) harmonicznej 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz) rozchodzącego się w wodzie lub w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 50 mm wody + 50 mm krwi wieprzowej, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości krwi wieprzowej: 5.6 (linie przerywane), 6.2 (linie ciągłe), 6.8 (linie kropkowane). Indeksy *w*, *pb* oznaczają odpowiednio wodę i krew wieprzową. Ciśnienie znormalizowano względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle.



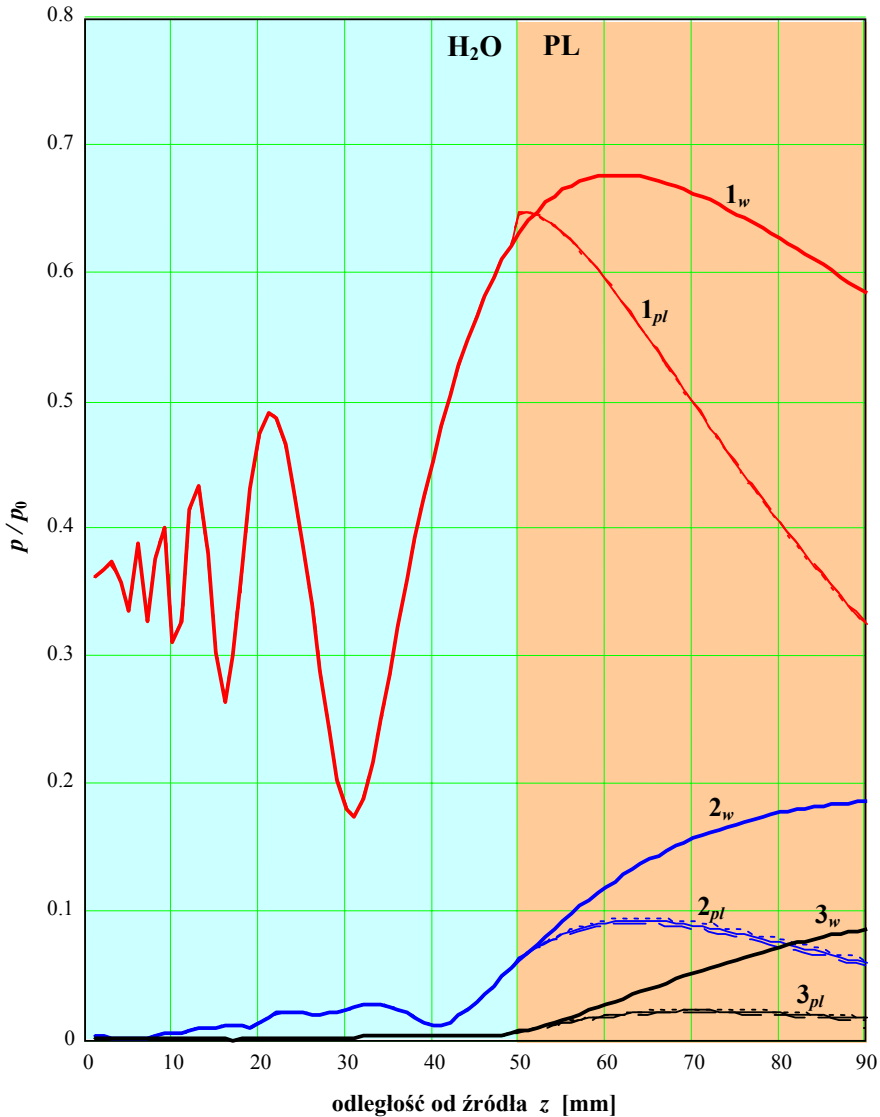
Rys. 6. 13. Osiowe rozkłady ciśnienia 1-szej (1), 2-giej (2) oraz 3-ciej (3) harmonicznej 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 30 mm i częstotliwości 1 MHz) rozchodzącego się w wodzie lub w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 90 mm wody + 50 mm krwi wieprzowej, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości krwi wieprzowej: 5.6 (linie przerywane), 6.2 (linie ciągłe), 6.8 (linie kropkowane). Indeksy  $w$ ,  $pb$  oznaczają odpowiednio wodę i krew wieprzową. Ciśnienie znormalizowano względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle.



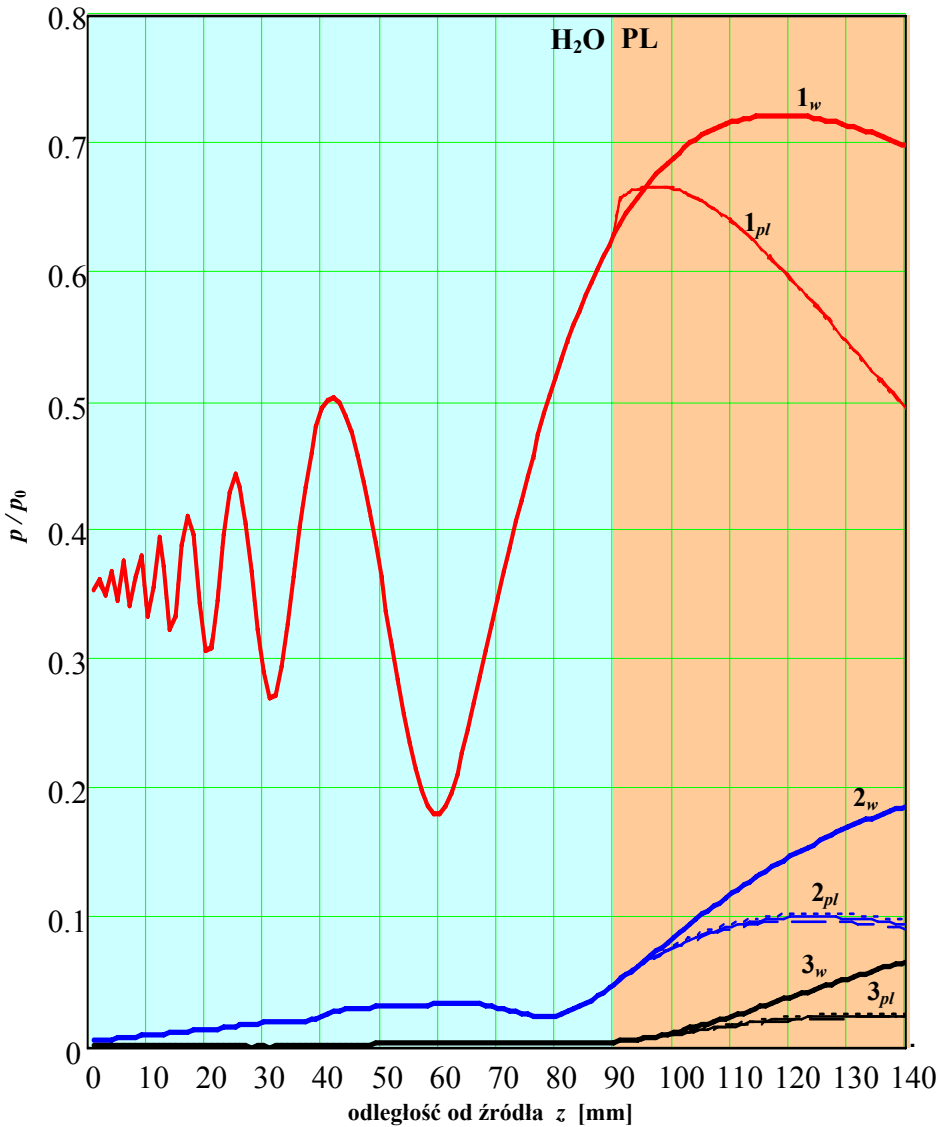
Rys. 6. 14. Osowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej (z lewej) i 1-szej do 3-ciej (z prawej) harmonicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w samej wodzie (linie grube) oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – krew wieprzowa (linie cienkie) w zakresie odległości  $z = 55 - 85$  mm od źródła dla warunków brzegowych z Rys. 6.12.



Rys. 6. 15. Osowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej (z lewej) i 1-szej do 3-ciej (z prawej) harmonicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w samej wodzie (linie grube) oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – krew wieprzowa (linie cienkie) w zakresie odległości  $z = 95 - 125$  mm od źródła dla warunków brzegowych z Rys. 6.13.

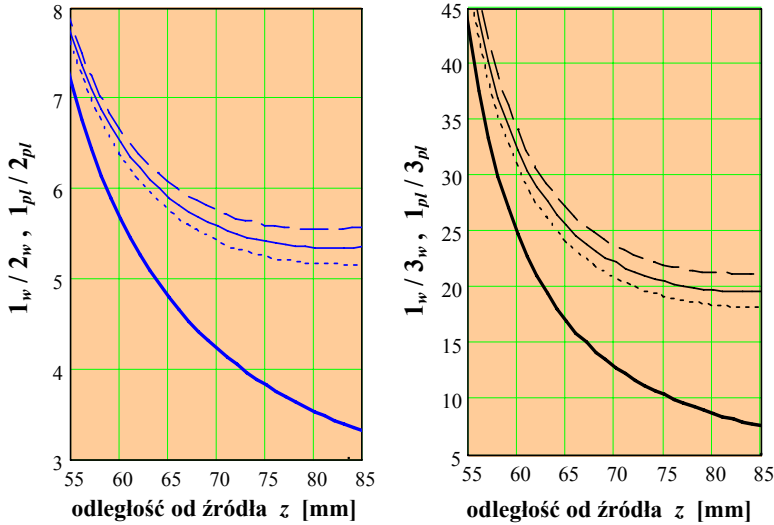


Rys. 6. 16. Osiowe rozkłady ciśnienia 1-szej (1), 2-giej (2) oraz 3-ciej (3) harmonicznej 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz) rozchodzącego się w wodzie lub w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 50 mm wody + 50 mm homogenizowanej wątroby wieprzowej, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości wątroby: 5.9 (linie przerywane), 6.6 (linie ciągłe), 7.3 (linie kropkowane). Indeksy  $w$ ,  $pl$  oznaczają odpowiednio wodę i homogenizowaną wątrobę wieprzową. Normalizacja względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle.

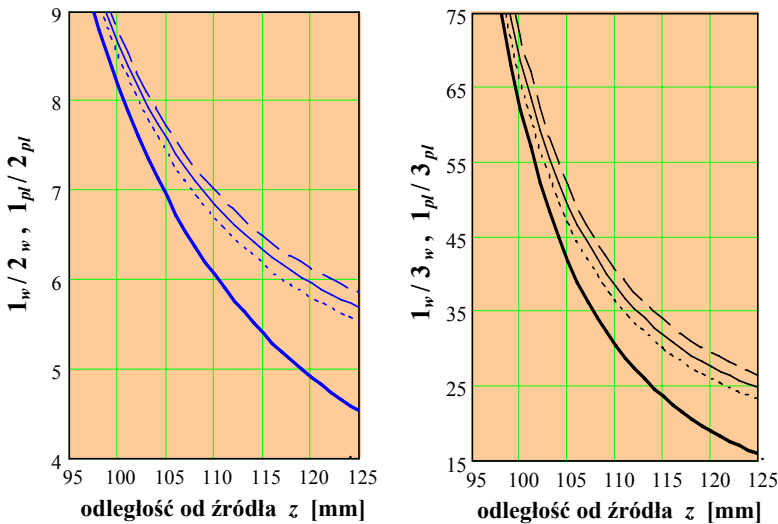


Rys. 6. 17. Osiowe rozkłady ciśnienia 1-szej (1), 2-giej (2) oraz 3-ciej (3) harmonicznej 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 30 mm i częstotliwości 1 MHz) rozchodzącego się w wodzie lub w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 90 mm wody + 50 mm homogenizowanej wątroby wieprzowej, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości wątroby: 5.9 (linie przerywane), 6.6 (linie ciągłe), 7.3 (linie kropkowane). Indeksy  $w$ ,  $pl$  oznaczają odpowiednio wodę i homogenizowaną wątrobę wieprzową. Ciśnienie znormalizowano względem ciśnienia  $p_0$  na źródle.

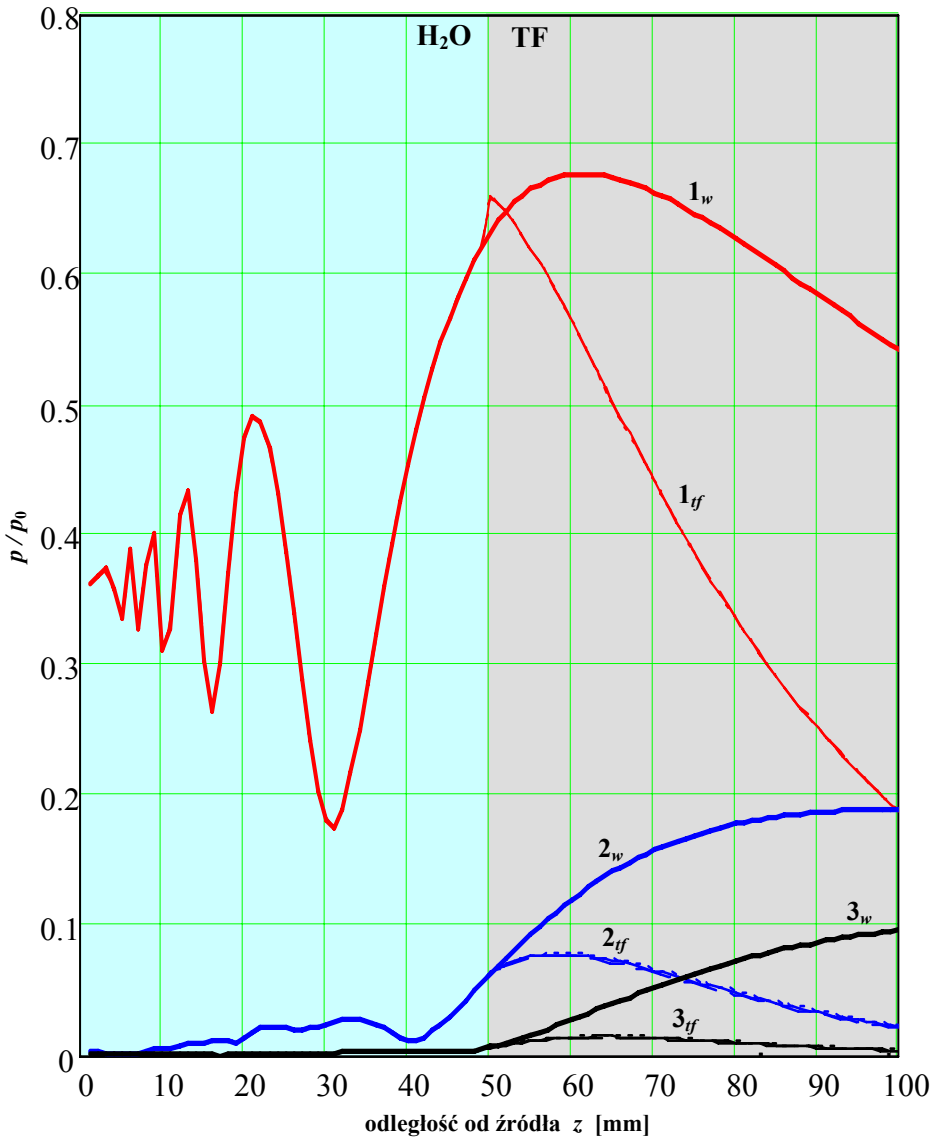




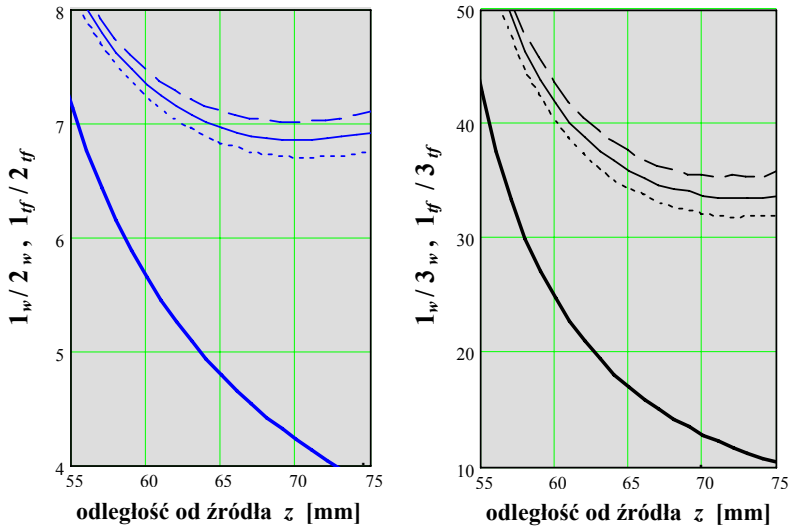
Rys. 6. 18. Osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej (z lewej) i 1-szej do 3-ciej (z prawej) harmonicznej impulsu rozchodzącego się w wodzie (linie grube) i w układzie woda - homogenizowana wątroba wieprzowa (linie cienkie) w zakresie odległości  $z = 55 - 85$  mm od źródła dla warunków brzegowych z Rys. 6.16.



Rys. 6. 19. Osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej (z lewej) i 1-szej do 3-ciej (z prawej) harmonicznej impulsu rozchodzącego się w wodzie (linie grube) i w układzie woda - homogenizowana wątroba wieprzowa (linie cienkie) w zakresie odległości  $z = 95 - 125$  mm od źródła dla warunków brzegowych z Rys. 6.17.



Rys. 6. 20. Osiowe rozkłady ciśnienia 1-szej (1), 2-giej (2) oraz 3-ciej (3) harmonicznej 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz) rozchodzącego się w wodzie lub w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 50 mm wody + 50 mm tofu, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości tofu: 5 (linie przerywane), 5.5 (linie ciągłe), 6 (linie kropkowane). Indeksy  $w$ ,  $tf$  oznaczają odpowiednio wodę i tofu. Normalizacja względem średniego ciśnienia  $p_0$  na źródle.



Rys. 6. 21. Osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej (z lewej) i 1-szej do 3-ciej (z prawej) harmonicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w samej wodzie (linie grube) i w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – tofu (linie cienkie) w zakresie odległości  $z = 55 - 75$  mm od źródła dla warunków brzegowych z Rys. 6.20.

Na podstawie przeprowadzonej ilościowej analizy przestrzenno-widmowej struktury nieliniowych pól wytwarzanych w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – biologiczna tkanka autorka wykazała, że w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – krew wieprzowa (w przypadku liniowej zależności współczynnika tłumienia tej ostatniej od częstotliwości), stosując płaskie źródło o średnicy 30 mm i częstotliwości 1 MHz maksymalne różnice w zakresie warstwy krwi wieprzowej pomiędzy osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej ( $1_{pb}/2_{pb}$ ) oraz 1-szej do 3-ciej ( $1_{pb}/3_{pb}$ ) harmonicznej, spowodowane zmianą zakładanego w symulacjach numerycznych parametru  $(B/A)_{pb}$  wokół jego wartości nominalnej o  $\pm 10\%$ , wynoszą odpowiednio  $\pm 0.11$  oraz  $\pm 1$ , natomiast stosując źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz powyższe różnice wynoszą odpowiednio  $\pm 0.1$  oraz  $\pm 0.7$ .

W przypadku dwuwarstwowego układu ośrodków: woda – homogenizowana wątroba wieprzowa stosując źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz maksymalne różnice pomiędzy osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej ( $1_{pl}/2_{pl}$ ) oraz 1-szej do 3-ciej ( $1_{pl}/3_{pl}$ ) harmonicznej w zakresie warstwy wątroby, spowodowane zmianą zakładanego w symulacjach numerycznych para-

metru nieliniowości  $(B/A)_{pl}$  wątroby wokół jego wartości nominalnej o  $\pm 10\%$ , wyniosły odpowiednio  $\pm 0.2$  oraz  $\pm 1.5$ , natomiast stosując źródło o średnicy 30 mm i częstotliwości 1 MHz różnice powyższe były równe odpowiednio  $\pm 0.16$  oraz  $\pm 1.5$ .

Dla dwuwarstwowego układu ośrodków: woda – tofu (produkt spożywczy w postaci homogenizowanej masy sojowej, którego własności akustyczne są bardzo zbliżone do liniowych i nieliniowych parametrów akustycznych tkanki miękkiej) przy zastosowaniu źródła o średnicy 15 mm oraz częstotliwości 2 MHz maksymalne różnice pomiędzy osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej ( $1_{ff}/2_{ff}$ ) oraz 1-szej do 3-ciej ( $1_{ff}/3_{ff}$ ) harmonicznej w zakresie warstwy tofu, spowodowane zmianą zakładanego w symulacjach numerycznych parametru nieliniowości  $(B/A)_{ff}$  tofu wokół jego wartości nominalnej o  $\pm 10\%$ , wyniosły odpowiednio  $\pm 0.15$  oraz  $\pm 1.7$ .

Na podstawie przeprowadzonej ilościowej oceny wpływu zakładanych warunków brzegowych na przestrzenno-widmową strukturę nieliniowej wiązki wytwarzanej w dwuwarstwowym układzie jednorodnych ośrodków: woda – badana biologiczna ciecz lub tkanka autorka wykazała, że dla jednorodnych cieczy dokładność wyznaczania wartości ich parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  wzrasta wraz ze wzrostem rozmiarów oraz z obniżeniem częstotliwości stosowanego płaskiego źródła, jak również ze wzrostem początkowej amplitudy ciśnienia generowanego przez to źródło impulsu fali akustycznej, natomiast dla tkanek biologicznych zależność ta jest mniej wyraźna.



## 7. Eksperymentalne badania ośrodków dwuwarstwowych.

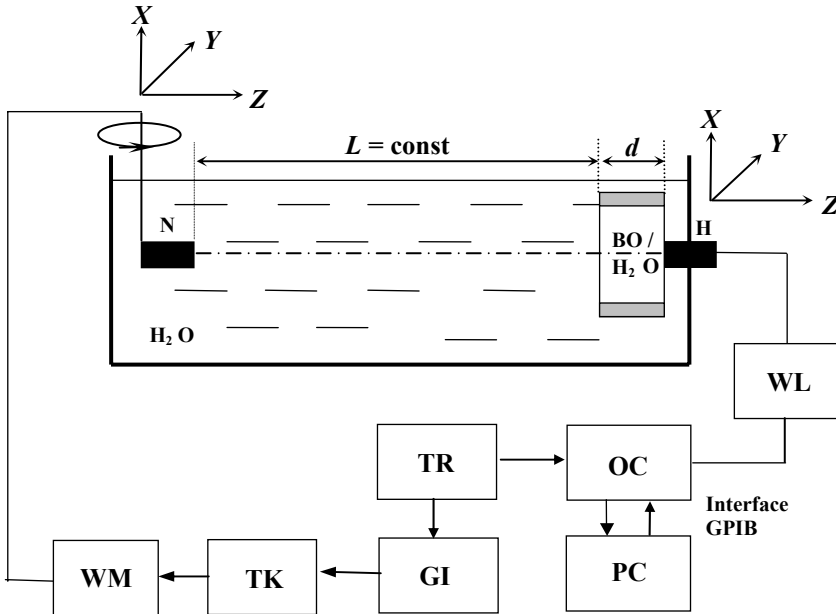
### 7.1. Metoda wyznaczania parametru $B/A$ .

Punktem wyjściowym przy opracowywaniu metody wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  badanej cieczy lub tkanki biologicznej za pomocą fal akustycznych o skończonej amplitudzie były wyniki przeprowadzonych przez autorkę badań przestrzenno-widmowej struktury nieliniowych pól, wytwarzanych w wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badany materiał przez płaskie okrągłe źródła o różnych rozmiarach i częstotliwościach, generujące do tych ośrodków sinusoidalne impulsy ciśnienia akustycznego o różnej początkowej amplitudzie. Przeprowadzane badania opierały się na ilościowej analizie przestrzenno-widmowych rozkładów ciśnienia wiązek harmonicznyc, zawartych w nieliniowej wiązce, a także na ocenie ich wrażliwości na zmiany parametrów warunków brzegowych. Wyniki ilościowej analizy wpływu różnych parametrów warunków brzegowych (określanych rozmiarem i częstotliwością źródła, średnim ciśnieniem i funkcją apodyzacji na jego powierzchni, czasem trwania i obwiednią rozchodzącego się sinusoidalnego impulsu ciśnienia fali akustycznej oraz liniowymi i nieliniowymi własnościami ośrodków propagacji) na widmową strukturę nieliniowego pola, wytwarzanego w wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badany materiał o takiej samej grubości, a także opanowana technika eksperymentalnych badań nieliniowych pól w wodzie pozwoliły autorce na opracowanie nowej metody wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  cieczy lub tkanek miękkich, uwzględniającej wpływ wzajemnego nieliniowego oddziaływania harmonicznyc.

Jak już wspomniano w Rozdziale 6, podstawowa zasada proponowanej metody wyznaczania wartości parametru  $(B/A)_x$  badanej cieczy lub tkanki miękkiej polega na doświadczalnym wyznaczeniu osiowego rozkładu stosunku ciśnienia 1-szej oraz 2-giej harmonicznyc impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badany materiał o takiej samej grubości w zakresie warstwy badanego materiału, a następnie porównywaniu otrzymanyc wynikow pomiarowyc z wynikami symulacji numerycznych dla różnyc zakładanyc wartosc parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  badanego materiału, przy zachowaniu pozostałyc parametrow warunkow brzegowyc takimi samymi jak w eksperymencie. Symulowane numerycznie osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej oraz 2-giej harmonicznyc impulsu fali akustycznej propagującego się w samej wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków o takiej samej grubości w zakresie badanej warstwy najbardziej zbliżone do osiowyc rozkładow stosunku odpowiednyc harmonicznyc wyznaczonych doświadczalnie z dużą dokładnością określają poszukiwaną wartość parametru nieli-

niowości badanego ośrodka. Eksperymentalne badania nieliniowego pola w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badany materiał dla wybranych warunków brzegowych zawsze poprzedzone są badaniami w samej wodzie w celu dokładnej kalibracji układu pomiarowego, polegającej na precyzyjnym wyznaczeniu efektywnych rozmiarów źródła, funkcji apodyzacji promieniującej apertury, a przede wszystkim początkowej amplitudy generowanego przez to źródło impulsu ciśnienia fali akustycznej. Wymienione parametry są jednocześnie wejściowymi parametrami 3D solvera numerycznego.

W praktyce badanie nieliniowego pola ciśnienia wytwarzanego przez płaskie okrągłe źródło akustyczne w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badany materiał, realizowana była na stanowisku doświadczalnym, zbudowanym do badań nieliniowej propagacji impulsowych fal akustycznych w wodzie i opisanym w Rozdziale 5. Schemat blokowy układu pomiarowego do badań dwuwarstwowych ośrodków przedstawiono na Rys. 7.1.



Rys. 7. 1. Schemat blokowy układu pomiarowego. GI – generator impulsowy (LeCroy 9109); N – przetwornik nadawczy; H – szerokopasmowy membranowy hydrofon pomiarowy z folii PVDF (Sonora Medical Inc. S5-153); OC – oscyloskop cyfrowy HP54503A; PC – komputer połączony z interfejsem przez magistralę GPIB; BO/H<sub>2</sub>O - warstwa badanego ośrodka lub destylowanej wody o zmiennej grubości, TR – generator wyzwalający, TK – tłumik krokowy (Tektronix), WL – szerokopasmowy liniowy wzmacniacz (Ritec BR-640), WM – wzmacniacz mocy (ENI 3100).

Do eksperymentalnych badań przestrzenno-widmowej struktury nieliniowej wiązki wytwarzanej w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badana standardowa ciecz lub tkanka biologiczna autorka zastosowała dwie opracowane według jej projektu głowice nadawcze, w których elementem generującym impulsową falę akustyczną były płaskie przetworniki piezoelektryczne o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 oraz 3 MHz. Poziom pobudzenia przetworników nadawczych, który wynosił odpowiednio 316 V<sup>pp</sup> oraz 252 V<sup>pp</sup>, odpowiadał początkowej amplitudzie generowanego przez nich impulsu ciśnienia fali akustycznej równej  $p_0 = 0.4$  MPa. Głowica nadawcza automatycznie przemieszczała się względem nieruchomego hydrofonu zgodnie z zaprogramowanym komputerowo torem ruchu. Przebiegi czasowe impulsów ciśnienia w każdym punkcie (węzle siatki o wybranej gęstości) badanego obszaru nieliniowego pola rejestrowane były automatycznie hydrofonem pomiarowym. Dwuwarstwowy układ ośrodków o grubości  $(L + d_{\max})$  w praktyce autorka realizowała metodą wprowadzania warstw badanego ośrodka (w postaci cylindrycznych kaset o coraz większej wysokości  $d = d_{\min} \div d_{\max}$ , wypełnionych badanym materiałem BO) pomiędzy zanurzonymi w wodzie przetwornikiem nadawczym a hydrofonem, umieszczając wejściowe okno każdej kasy w takiej samej odległości  $L$  od powierzchni przetwornika nadawczego. Wyjściowe okno każdej kasy znajdowało się tuż przy powierzchni hydrofonu, w niezmienniej odległości od niego, dzięki opracowanej przez autorkę specjalnie do tego celu konstrukcji prowadnic, przytwierdzonych do hydrofonu i zapewniających jednocześnie równoległość wejściowego i wyjściowego okna kasy do powierzchni hydrofonu. Opracowana również przez autorkę konstrukcja kaset w postaci 3-ch nakładanych na siebie cylindrycznych pierścieni o jednakowej wysokości  $d$  zapewniała jednakową grubość badanej warstwy, równoległość powierzchni wejściowego i wyjściowego okna oraz ich przezroczystość dla fali akustycznej. Pierścienie wykonano z pleksiglasu, natomiast rolę okien spełniała naciągana z obu stron polietylenowa folia o grubości 7  $\mu\text{m}$ . Wewnętrzna średnica kaset wynosiła 60 mm. Przed każdym cyklem pomiarowym badany ośrodek, wypełniający kasy, był odgazowywany.

Wyznaczenie wartości parametru nieliniowości każdego z badanych ośrodków wymagało przeprowadzenia cyklu pomiarowego, składającego się z rejestrowania hydrofonem pomiarowym czasowego przebiegu ciśnienia impulsu fali akustycznej (generowanego przez płaski przetwornik nadawczy o wybranych parametrach geometrycznych i parametrach jego pracy) na osi wiązki po jego przejściu kolejno przez warstwę wody o grubości  $(L + d)$  oraz przez dwuwarstwowy układ ośrodków: woda – badany materiał o takiej samej grubości. Układy dwuwarstwowe zawierały warstwę wody o stałej grubości  $L$  oraz warstwę badanego materiału o zmiennej grubości, którą w praktyce realizowano wprowadzając pomiędzy zanurzonymi w wodzie przetwornikiem nadawczym a hydrofonem wypełnione badanym materiałem cylindryczne kasy o wysokości  $d = 10, 15, 20, 25, 30$  mm.



Umieszczając wejściowe okno każdej kasety zawsze w odległości  $L$  od powierzchni przetwornika nadawczego zapewniano stałą grubość warstwy wody w dwuwarstwowym układach ośrodków. W celu uniknięcia ewentualnego wpływu folii polietylenowej na wyniki pomiarów stosowano pary jednakowych kaset, z których jedna wypełniona była wodą, a druga – badanym materiałem. Zapewniało to jednakowe straty przenikania przez folię polietylenową.

Dla wyznaczenia parametrów warunków brzegowych, będących wejściowymi parametrami 3D solvera numerycznego, każdy cykl pomiarowy w dwuwarstwowym układzie ośrodków autorka poprzedzała doświadczalnym wyznaczeniem osiowego rozkładu ciśnienia w nieliniowej wiązce wytwarzanej w samej wodzie w celu precyzyjnego wyznaczenia efektywnej średnicy przetwornika nadawczego, funkcji apodyzacji oraz średniego ciśnienia akustycznego na jego powierzchni, czyli w celu kalibracji układu pomiarowego. Przebieg czasowy sinusoidalnego impulsu ciśnienia akustycznego w wodzie, zarejestrowany na osi promieniowania przetwornika nadawczego w pobliżu jego powierzchni, był najbardziej zbliżony kształtem do impulsu o obwiedni w postaci analitycznej funkcji wielomianowej, opisanej w Rozdziale 4 wzorem (4.2), gdy wykładnik  $m = 4$ . Wyznaczony doświadczalnie poprzeczny rozkład ciśnienia w pobliżu powierzchni przetwornika nadawczego (w odległości  $z = 5$  mm) był najbardziej zbliżony do poprzecznego rozkładu ciśnienia symulowanego numerycznie dla tej samej odległości od źródła, gdy zakładana funkcja apodyzacji promieniującej apertury była opisywana wzorem (4.3) dla wykładnika  $q = 8$ , przedstawionym w Rozdziale 4.

Metodologia wyznaczania wartości parametru nieliniowości, na przykład, oleju kukurydzianego na podstawie badań doświadczalnych przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola wytwarzanego przez piezoelektryczny przetwornik nadawczy o średnicy 15 mm oraz częstotliwości 3 MHz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – olej kukurydziany polegała na wykonaniu następujących czynności. Po kalibracji układu pomiarowego rejestrowano 10 czasowych przebiegów ciśnienia impulsowej fali akustycznej po jej przejściu kolejno przez 5 warstw wody o różnej grubości  $(L + d) = 80, 85, 90, 95, 100$  mm oraz po przejściu przez 5 dwuwarstwowym ośrodków, skomponowanych z warstwy wody o stałej grubości  $L = 70$  mm oraz warstwy oleju kukurydzianego o zmiennej grubości  $d$ , równej kolejno  $d = 10, 15, 20, 25, 30$  mm. Następnie dokonywana jest analiza spektralna 10-ciu zarejestrowanych, spróbkowanych w czasie impulsów ciśnienia akustycznego metodą FFT. Wyznaczone stosunki amplitudy ciśnienia 1-szej oraz 2-giej harmonicznej impulsu fali akustycznej po przejściu przez warstwę wody o grubości  $(L + d)$  oraz przez dwuwarstwowe ośrodki: woda – olej kukurydziany o takiej samej grubości w funkcji grubości  $(L + d)$  są porównywane z osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia 1-szej oraz 2-giej harmonicznej impulsu fali akustycznej, rozchodzącego się w wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków (zawierającym  $L$  mm wody oraz  $d_{\max}$  mm oleju kukurydzianego) w zakresie warstw-

wy oleju kukurydzianego, symulowanymi numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości tego ostatniego, oscylujących wokół wartości nominalnej w zakresie  $\pm 10\%$ . Symulowane numerycznie osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej ( $1_w/1_{co}$ ) oraz 2-giej ( $2_w/2_{co}$ ) harmonicznej impulsu fali akustycznej po przejściu przez warstwę wody oraz przez dwuwarstwowo układ ośrodków: woda – olej kukurydziany o grubości ( $L + d_{max}$ ) w zakresie warstwy oleju kukurydzianego najbardziej zbliżone do odpowiednich osiowych rozkładów wyznaczonych doświadczalnie pozwala z dużą dokładnością wyznaczyć poszukiwaną wartość parametru nieliniowości oleju kukurydzianego.

Dużą zaletą proponowanej metody jest możliwość wyznaczania wartości parametru nieliniowości również dla ośrodków niejednorodnych. W przypadku ośrodków niejednorodnych (jakimi są rzeczywiste tkanki miękkie) opracowana metoda pozwala rejestrować czasowe przebiegi ciśnienia impulsów fali akustycznej po przejściu przez dwuwarstwowe ośrodki nie tylko na osi promieniowania lecz również w kierunkach poprzecznych. Wtedy przetwornik nadawczy, znajdujący się w odległości ( $L + d$ ) od hydrofonu, przemieszcza się w płaszczyźnie  $XY$ , prostopadłej do osi wiązki, wzdłuż kierunku osi  $X$  lub  $Y$  w wybranym zakresie współrzędnych ( $\pm x$  lub  $\pm y$ ) z wybranym krokiem. Przebiegi czasowe ciśnienia, rejestrowane hydrofonem w każdym punkcie pomiarowym wybranej poprzecznej osi, są najpierw uśredniane, a dopiero potem poddawane obróbce spektralnej.

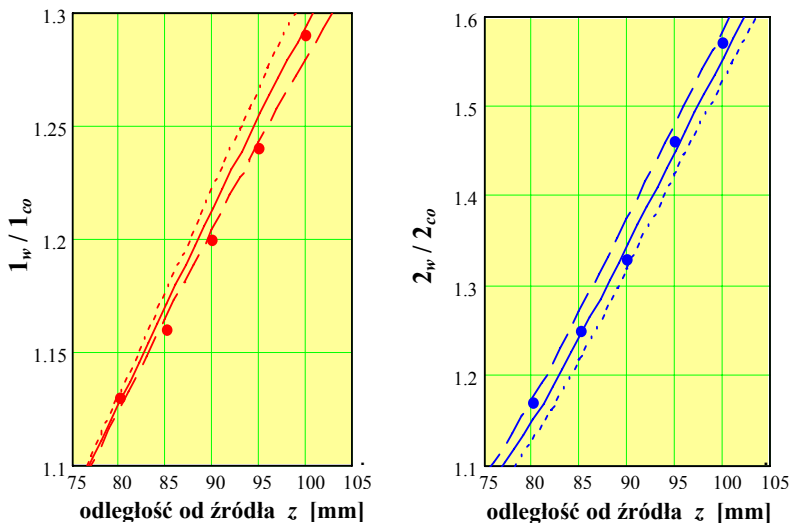
Proces wizualizacji wyników widmowej obróbki ogromnej ilości impulsów ciśnienia fali akustycznej, automatycznie rejestrowanych hydrofonem w każdym punkcie nieliniowego pola, jest bardzo czasochłonny, w związku z powyższym w celu przyspieszenia tego procesu Lewandowski M. napisał dwa programy komputerowe SPLITWAF oraz HARMONICS. Pierwszy z nich pozwala rozpakowywać pliki danych, zawierające spróbkowane czasowe przebiegi ciśnienia impulsów fali akustycznej, zarejestrowane w węzłach przestrzennej siatki badanego obszaru nieliniowego pola, wyodrębniając z nich czasowe przebiegi w wybranych osiach. Drugi program pozwala automatycznie wyznaczać ciśnienie harmonicznym w każdym punkcie pomiarowym wybranej osi, co znacznie przyspiesza wizualizację graficzną przestrzenno-widmowej struktury badanej eksperymentalnie nieliniowej wiązki oraz ilościową ocenę zawartości w niej wiązek harmonicznym.

### **7. 1. 1. Wyniki pomiarów w ośrodkach dwuwarstwowym.**

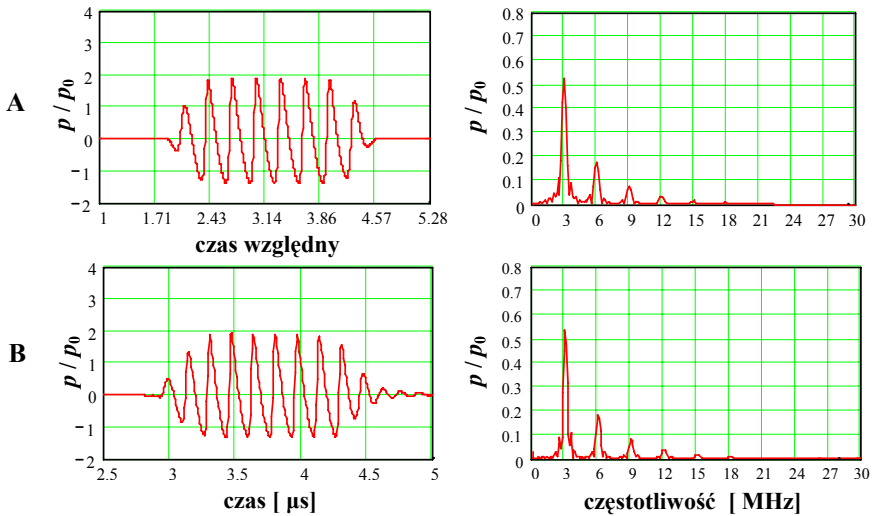
Z powodu łatwej weryfikacji zgodności wyników pomiarów z wynikami symulacji numerycznych, na początku autorka przeprowadziła pomiary w dwuwarstwowym jednorodnym ośrodkach: woda – powszechnie dostępna standardowa ciecz (olej kukurydziany, glikol etylenowy, gliceryna), których liniowe oraz nieliniowe własności są przedstawione w Tabeli 6.1 (Rozdział 6). Na Rys. 7.2 przedstawiono porównanie osiowych rozkładów stosunków ciśnienia 1-szej oraz 2-giej harmo-

nicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w samej wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – olej kukurydziany w zakresie warstwy oleju kukurydzianego. Jak widać z Rys. 7.2 punkty pomiarowe układają się pomiędzy krzywą, odpowiadającą wartości parametru nieliniowości  $(B/A)_{co}$  oleju kukurydzianego równej 9.5, a krzywą odpowiadającą wartości 10.5. Najlepsze dopasowanie wyników obliczeń numerycznych do wyników eksperymentalnych otrzymano dla wartości  $(B/A)_{co} = 10$ . Współczynnik korelacji między wynikami eksperymentalnymi a obliczeniami numerycznymi dla oleju kukurydzianego wyniósł dla 1-szej harmonicznej 0.986, a dla 2-giej 0.991.

Na Rys. 7.3 przedstawiono porównanie symulowanego numerycznie oraz zarejestrowanego podczas pomiarów przebiegu czasowego ciśnienia oraz widma impulsu fali ultradźwiękowej rozchodzącego się w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – olej kukurydziany w wybranej odległości od źródła. Bardzo dobra zgodność wyników eksperymentalnych z wynikami symulacji numerycznych potwierdza poprawność oraz dokładność stosowanego 3D solvera numerycznego.

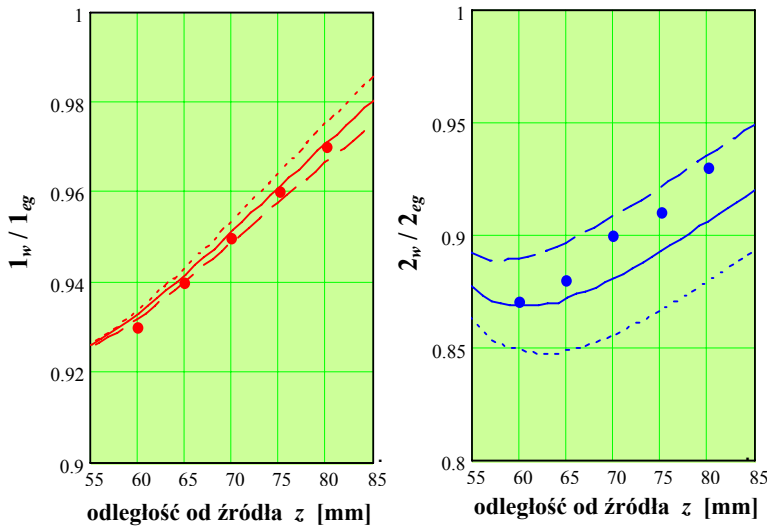


Rys. 7. 2. Osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej (z lewej) oraz 2-giej (z prawej) harmonicznej impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie 0.4 MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 3 MHz), rozchodzącego się w samej wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 70 mm wody + 50 mm oleju kukurydzianego w zakresie odległości od źródła  $z = 75 - 105$  mm, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości oleju kukurydzianego: 9.5 (linie przerywane), 10.5 (linie ciągłe), 11.5 (linie kropkowane) oraz wyznaczone eksperymentalnie (punkty) dla takich samych warunków brzegowych.



Rys. 7. 3. Symulowany numerycznie (A) przebieg czasowy ciśnienia (z lewej) na osi  $z$  oraz widmo (z prawej) rozchodzącego się w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 70 mm wody + 50 mm oleju kukurydzianego 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 3 MHz) w odległości  $z = 90$  mm od źródła, a także zarejestrowany hydrofonem pomiarowym (B) dla takich samych warunków brzegowych przebieg czasowy ciśnienia (z lewej) na osi  $z$  oraz widmo (z prawej) takiego samego impulsu po przejściu przez układ ośrodków: 70 mm wody + 20 mm oleju kukurydzianego. Ciśnienie znormalizowano względem średniego ciśnienia  $p_0$  na powierzchni źródła.

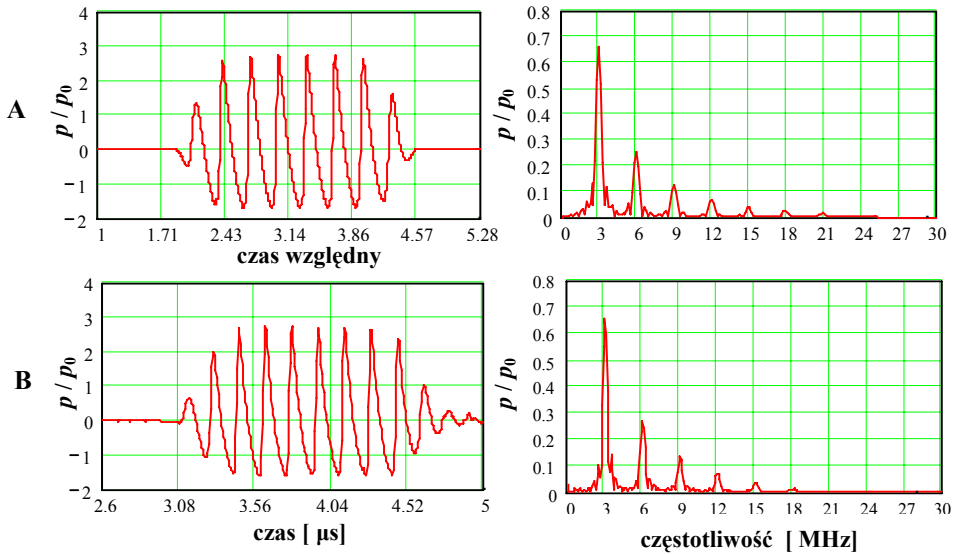
W podobny sposób zbadano dwuwarstwowe układy ośrodków, składające się z warstwy wody oraz warstwy glikolu etylenowego lub gliceryny. Na Rys. 7.4 przedstawiono wyniki symulowanych numerycznie oraz wyznaczonych doświadczalnie osiowych rozkładów stosunku ciśnienia 1-szej oraz 2-giej harmonicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w samej wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – glikol etylenowy w zakresie warstwy glikolu etylenowego. Z Rys. 7.4 wynika, że punkty pomiarowe są najlepiej dopasowane do krzywej symulacji numerycznych, gdy zakładana wartość parametru nieliniowości  $(B/A)_{eg}$  glikolu etylenowego wynosi 9.5.



Rys. 7. 4. Osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej (z lewej) oraz 2-giej (z prawej) harmonicznej impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie 0.4 MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz), rozchodzącego się w samej wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 50 mm wody + 50 mm glikolu etylenowego w zakresie odległości od źródła  $z = 55 - 85$  mm, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości glikolu etylenowego: 9 (linie przerywane), 10 (linie ciągłe), 11 (linie kropkowane) oraz wyznaczone eksperymentalnie (punkty) dla takich samych warunków brzegowych.

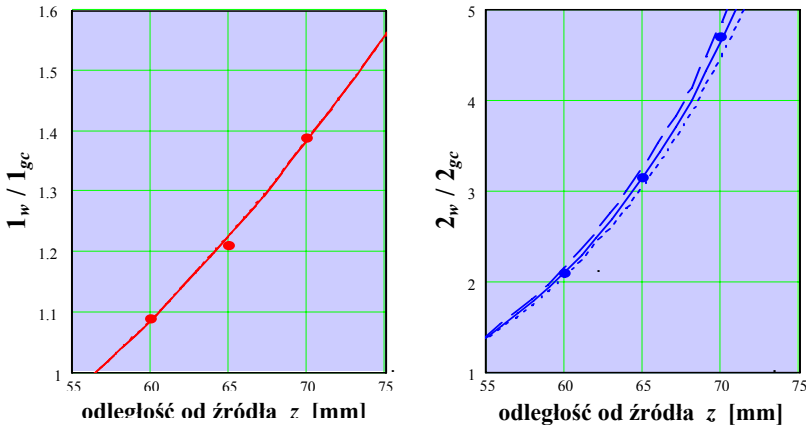
Na Rys. 7.5 przedstawiono symulowany numerycznie przebieg czasowy ciśnienia oraz widmo rozchodzącego się w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 70 mm wody + 50 mm glikolu etylenowego 8-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie 0.4 MPa (generowanego przez źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 3 MHz) w odległości 90 mm od źródła, a także zarejestrowany hydrofonem pomiarowy dla takich samych warunków brzegowych przebieg czasowy ciśnienia oraz widmo impulsu fali akustycznej po przejściu przez dwuwarstwowy układ ośrodków, zawierający 70 mm wody oraz 20 mm glikolu etylenowego.

Porównanie wyników pomiarów z wynikami symulacji numerycznych dla gliceryny, przedstawione na Rys. 7.6 i Rys. 7.7, pozwoliło wyznaczyć wartość jej parametru nieliniowości, która wyniosła  $(B/A)_{gc} = 9$ .

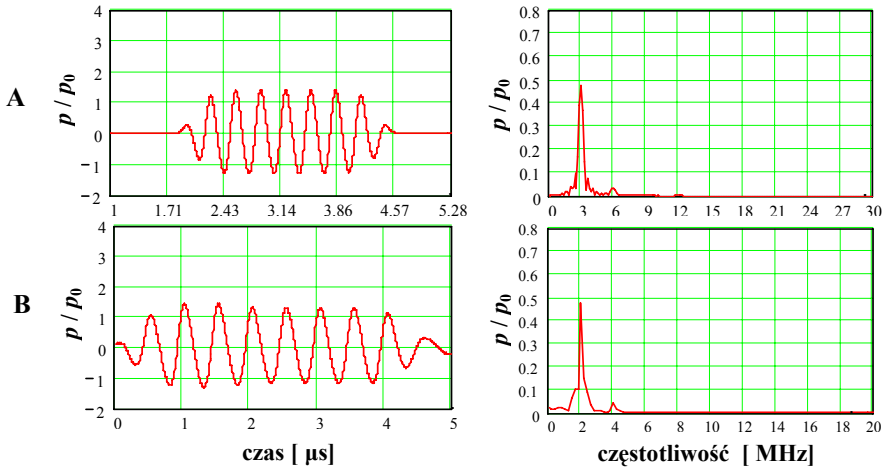


Rys. 7. 5. Symulowany numerycznie (A) przebieg czasowy ciśnienia (z lewej) na osi  $z$  oraz widmo (z prawej) rozchodzącego się w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 70 mm wody + 50 mm glikolu etylenowego 8 okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 3 MHz) w odległości  $z = 90$  mm od źródła, a także zarejestrowany hydrofonem (B) dla takich samych warunków brzegowych przebieg czasowy ciśnienia (z lewej) na osi  $z$  oraz widmo (z prawej) takiego samego impulsu po przejściu przez dwuwarstwowo układ ośrodków: 70 mm wody + 20 mm glikolu etylenowego. Ciśnienie znormalizowano względem średniego ciśnienia  $p_0$  na powierzchni źródła.

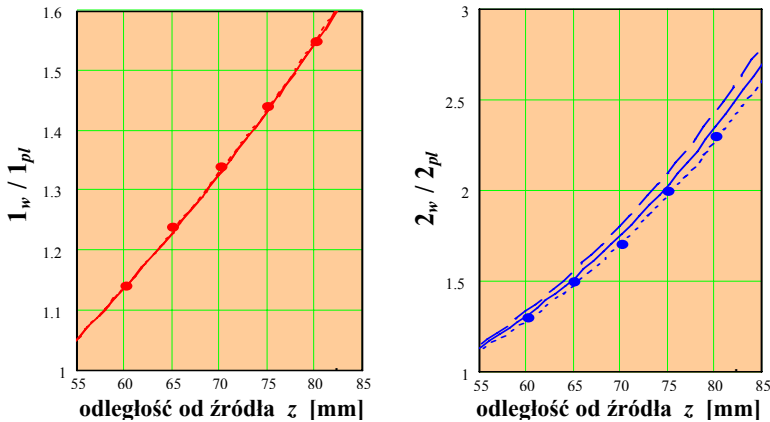
Następnie autorka przeprowadziła badania dwuwarstwowych układów jednorodnych ośrodków: woda – tkanka biologiczna (homogenizowana wątroba wieprzowa oraz homogenizowany sojowy produkt spożywczy tofu, imitujący tkankę miękką). Na Rys. 7.8 – Rys. 7.11 przedstawiono przykłady porównania wyników pomiarów dla rozpatrywanych tkanek z wynikami symulacji numerycznych. W przypadku homogenizowanej wątroby wieprzowej najlepszą zgodność pomiędzy wynikami symulacji numerycznych a wynikami eksperymentalnymi otrzymano dla wartości jej parametru nieliniowości  $(B/A)_{pl} = 6.9$ , natomiast w przypadku tofu – dla wartości  $(B/A)_{ff} = 5.5$ . Porównanie wyników eksperymentalnych z wynikami przewidywań numerycznych pozwoliło na weryfikację poprawności oraz dokładności stosowanego 3D solvera numerycznego. Uśrednione wartości parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  rozpatrywanych jednorodnych cieczy lub tkanek biologicznych, wyznaczone różnymi, opisanymi w literaturze metodami różnią się od wartości wyznaczonych zaproponowaną metodą o około  $\pm 4\%$ .



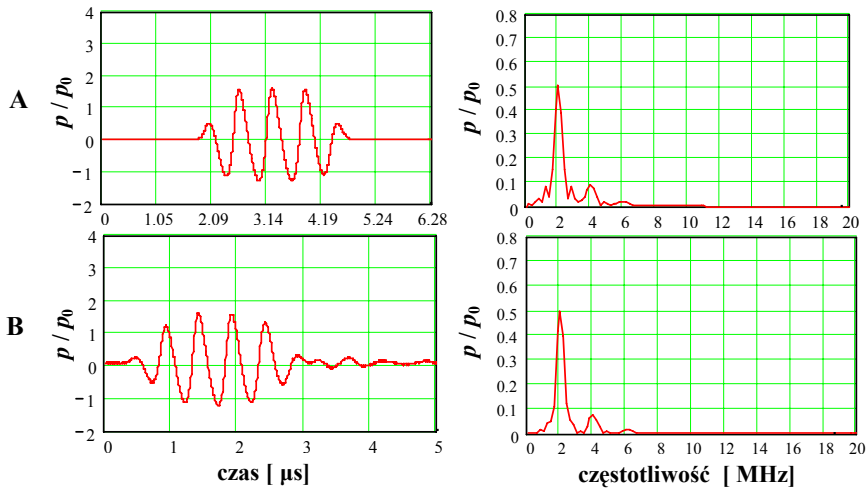
Rys. 7. 6. Osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej (z lewej) oraz 2-giej (z prawej) harmonicznej sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie 0.4 MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz), rozchodzącego się w samej wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 50 mm wody + 50 mm gliceryny w zakresie odległości od źródła  $z = 55 - 75$  mm, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości gliceryny: 8.5 (linie przerywane), 9.5 (linie ciągłe), 10.5 (linie kropkowane) oraz wyznaczone eksperymentalnie (punkty) dla takich samych warunków brzegowych.



Rys. 7. 7. Symulowany numerycznie (A) przebieg czasowy ciśnienia (z lewej) na osi  $z$  oraz widmo (z prawej) rozchodzącego się w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 50 mm wody + 50 mm gliceryny 8 okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz) w odległości  $z = 70$  mm od źródła, a także zarejestrowany hydrofonem pomiarowy (B) dla takich samych warunków brzegowych przebieg czasowy ciśnienia (z lewej) na osi  $z$  oraz widmo (z prawej) takiego samego impulsu po przejściu przez dwuwarstwowy układ ośrodków: 50 mm wody + 20 mm gliceryny. Ciśnienie znormalizowano względem średniego ciśnienia  $p_0$  na powierzchni źródła.

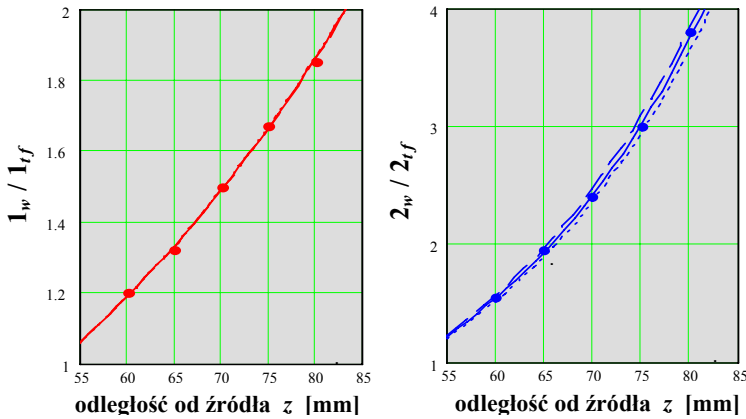


Rys. 7. 8. Osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej (z lewej) oraz 2-giej (z prawej) harmonicznej 4-okr. sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie 0.4 MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz), rozchodzącego się w samej wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 50 mm wody + 50 mm homogenizowanej wątroby wieprzowej w zakresie odległości od źródła  $z = 55 - 85$  mm, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości wątroby: 5.9 (linie przerywane), 6.6 (linie ciągłe), 7.3 (linie kropkowane) oraz wyznaczone eksperymentalnie (punkty) dla takich samych warunków brzegowych.

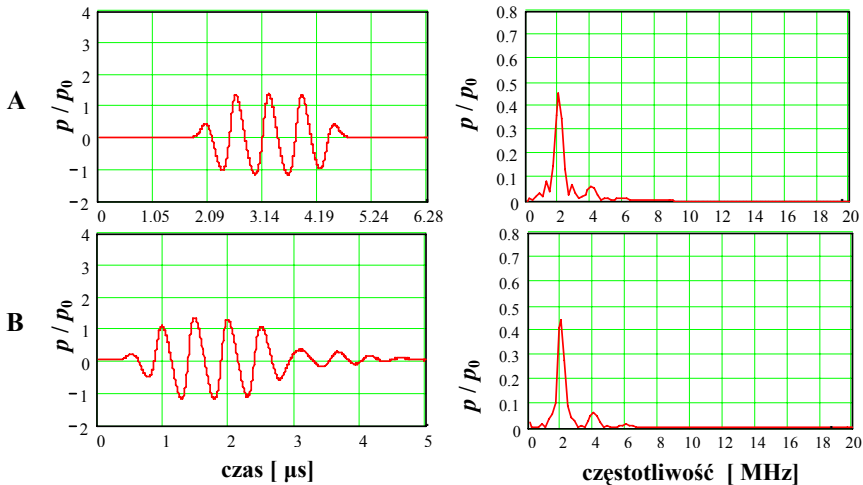


Rys. 7. 9. Symulowany numerycznie (A) przebieg czasowy ciśnienia (z lewej) na osi  $z$  oraz widmo (z prawej) rozchodzącego się w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 50 mm wody + 50 mm homogenizowanej wątroby wieprzowej 4-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz) w odległości  $z = 70$  mm od źródła, a także zarejestrowany hydrofonom pomiarowym (B) dla takich samych warunków brzegowych przebieg czasowy ciśnienia (z lewej) na osi  $z$  oraz widmo (z prawej) takiego samego impulsu po przejściu przez układ ośrodków: 50 mm wody + 20 mm wątroby. Ciśnienie znormalizowano względem średniego ciśnienia  $p_0$  na powierzchni źródła.





Rys. 7. 10. Osie rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej (z lewej) oraz 2-giej (z prawej) harmonicznej sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie 0.4 MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz), rozchodzącego się w samej wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 50 mm wody + 50 mm tofu w zakresie odległości od źródła  $z = 55 - 85$  mm, symulowane numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nielineowości tofu: 5 (linie przerywane), 5.5 (linie ciągłe), 6 (linie kropkowane) oraz wyznaczone eksperymentalnie (punkty) dla takich samych warunków brzegowych.



Rys. 7. 11. Symulowany numerycznie (A) przebieg czasowy ciśnienia (z lewej) na osi  $z$  oraz widmo (z prawej) rozchodzącego się w dwuwarstwowym układzie ośrodków: 50 mm wody + 50 mm tofu 4-okresowego sinusoidalnego impulsu fali akustycznej o początkowej amplitudzie  $p_0 = 0.4$  MPa (generowanego przez płaskie źródło o średnicy 15 mm i częstotliwości 2 MHz) w odległości  $z = 70$  mm od źródła, a także zarejestrowany hydrofonem pomiarowym (B) dla takich samych warunków brzegowych przebieg czasowy ciśnienia (z lewej) na osi  $z$  oraz widmo (z prawej) takiego samego impulsu po przejściu przez dwuwarstwową układ ośrodków: 50 mm wody + 20 mm tofu. Ciśnienie znormalizowano względem średniego ciśnienia  $p_0$  na powierzchni źródła.

### 7. 1. 2. Analiza błędów.

Dokładność wyznaczania parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  biologicznych cieczy i tkanek zaproponowaną metodą zależy w największym stopniu od dokładności kalibracji układu pomiarowego w wodzie (od dokładności wyznaczenia średniego ciśnienia oraz funkcji apodyzacji na powierzchni przetwornika nadawczego, a także jego efektywnych rozmiarów), ale również od dokładności pomiaru poszczególnych parametrów, zawartych w modelu matematycznym, a mianowicie: gęstości badanego ośrodka, prędkości propagacji w nim fali akustycznej, słabosygnalowego współczynnika tłumienia oraz wykładnika określającego jego zależność od częstotliwości, odległości  $L$  pomiędzy przetwornikiem nadawczym a wejściowym oknem kasety wypełnionej badanym ośrodkiem, a także wysokości  $d$  cylindrycznej kasety. Wartości wymienionych parametrów akustycznych zależą również od temperatury. W związku z powyższym doświadczalne wyznaczanie wartości parametru nieliniowości badanego ośrodka zaproponowaną metodą autorka wykonywała przy stałej temperaturze 25 °C. Wpływ błędu pomiaru każdego z wyżej wymienionych parametrów na dokładność wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  jest różny. Przeprowadzona przez autorkę analiza błędów na przykładzie produktu sojowego tofu wykazała, że największy wpływ na dokładność wyznaczania wartości  $(B/A)_x$  ma dokładność pomiaru prędkości propagacji w badanym ośrodku. Błąd w pomiarze prędkości propagacji fali akustycznej rzędu  $\pm 1\%$  (kilkanaście m/s) powoduje błąd wyznaczania wartości parametru nieliniowości rzędu  $\pm 3.4\%$ . Natomiast wpływ  $\pm 1\%$  błędu w pomiarze gęstości, słabosygnalowego współczynnika tłumienia, amplitudy ciśnienia harmonicznego, odległości pomiędzy przetwornikiem nadawczym a wejściowym oknem cylindrycznej kasety, wypełnionej badanym materiałem, a także wysokości samej kasety powodują znacznie mniejsze błędy wyznaczanej wartości  $(B/A)_x$ , odpowiednio równe  $\pm 0.7\%$ ,  $\pm 1.48\%$ ,  $\pm 1.17\%$ ,  $\pm 1.1\%$  oraz  $\pm 1.3\%$ .

Zakładając, że wszystkie przypadkowe błędy są nie zależne od siebie, wielkość prawdopodobnego błędu średniego autorka obliczyła jako pierwiastek z sumy kwadratów błędów, powodowanych błędem pomiaru każdego z wyżej wspomnianych parametrów z osobna. Całkowity błąd wyznaczania wartości parametru nieliniowości w przypadku homogenizowanej masy tofu, spowodowany  $\pm 1\%$  błędem pomiarowym każdego z wymienionych parametrów, wyniósł  $\pm 4.17\%$ . W przypadku badanych standardowych cieczy całkowity błąd wyniósł  $\pm 2\%$ .



## 8. Podsumowanie i wnioski.

Rozchodzenie się fal akustycznych o skończonej amplitudzie w nieliniowych ośrodkach stratnych, jakimi są biologiczne ciecze lub tkanki, jest zjawiskiem złożonym. Na przebieg zjawiska nieliniowej propagacji fal akustycznych w ośrodkach rzeczywistych wpływają: rozmiary geometryczne i częstotliwość źródła, generującego sinusoidalne impulsy fali akustycznej, funkcja apodyzacji promieniującej apertury, kształt rozchodzącego się impulsu, liniowe i nieliniowe własności ośrodka propagacji, jednak przede wszystkim, amplituda początkowego ciśnienia fali akustycznej. Podstawową przyczyną utrudniającą dotychczas głębsze poznanie i lepsze zrozumienie zjawiska propagacji fali sprężystej o skończonej amplitudzie w ośrodkach rzeczywistych był niewystarczający poziom rozwoju niektórych dziedzin technologicznych. Do wskaźników potwierdzających wzrost poziomu rozwoju technologicznego na przestrzeni ostatnich lat można zaliczyć dostępność 1) hydrofonów pomiarowych o coraz szerszym paśmie przenoszenia, 2) cyfrowych oscyloskopów o coraz większej szybkości akwizycji danych, 3) komputerów o wystarczającej mocy obliczeniowej, zapewniającej wykonalność skomplikowanych algorytmów numerycznych modelujących nieliniowe pole akustyczne, 4) technik graficznych zapewniających szybką wizualizację przestrzenno-czasowych i przestrzenno-widmowych rozkładów ciśnienia w nieliniowych wiązkach, a także 5) numerycznych technik obliczeniowych, pozwalających numerycznie rozwiązywać równania falowe akustyki nieliniowej, które nie posiadają rozwiązań analitycznych.

Opracowany w ostatnich latach w Zakładzie Ultradźwięków IPPT PAN przez Wójcika J. oryginalny 3D kod numeryczny dla źródeł osiowosymetrycznych oraz jego implementacja komputerowa w postaci 3D solvera numerycznego wraz z pakietem graficznym stworzyły narzędzie badawcze, które pozwoliło autorce na przewidywanie za pomocą symulacji numerycznych zachowania się nieliniowych pól, wytwarzanych przez płaskie okrągłe źródła akustyczne w wodzie, oraz na przeprowadzenie badań tych pól w zależności od zakładanych parametrów warunków brzegowych. Umiejętność obsługi oraz modyfikacji tego efektywnego czasowo narzędzia badawczego umożliwiło autorce również przeprowadzenie na podstawie wyników symulacji numerycznych ilościowej analizy wpływu różnych parametrów warunków brzegowych na zmiany przestrzenno-czasowej oraz przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola w wodzie. Zaletą 3D solvera numerycznego jest także to, że dla uruchomienia tak skomplikowanego algorytmu numerycznego wystarczyła moc obliczeniowa powszechnie dostępnego komputera osobistego PC.

Celem przedstawionych w obecnej pracy badań, przeprowadzonych przez autorkę na pierwszym etapie (Rozdział 5), była eksperymentalna weryfikacja poprawności oraz dokładności przewidywania przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola wytwarzanego przez płaskie okrągłe źródło akustyczne w wodzie (jako ośrodku referencyjnym o znanej wartości jego parametru nieliniowości

$(B/A)_w = 5.2$ ) dla różnych parametrów warunków brzegowych za pomocą 3D solvera numerycznego.

Weryfikację poprawności oraz dokładności przewidywania za pomocą 3D solvera numerycznego przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola w wodzie autorka przeprowadziła metodą eksperymentalnego wyznaczania osiowych rozkładów ciśnienia podstawowej (1-szej) oraz dwóch wyższych harmonicznych impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w wodzie, a następnie porównania wyników doświadczalnych z wynikami przeprowadzonych przez nią symulacji numerycznych dla takich samych warunków brzegowych.

Eksperymentalne badania nieliniowych pól, wytwarzanych przez płaskie okrągłe przetworniki nadawcze w wodzie, autorka przeprowadzała na stanowisku doświadczalnym opracowanym specjalnie do tego celu w Zakładzie Ultradźwięków IPPT PAN przy jej współdziałaniu. Stanowisko eksperymentalne wyposażone było w układ precyzyjnego pozycjonowania piezoelektrycznego przetwornika nadawczego względem hydrofonu pomiarowego, którego pracą sterował komputer, w nowoczesną elektroniczną aparaturę nadawczo-odbiorczą oraz w najnowszy model szerokopasmowego membranowego hydrofonu pomiarowego z folii PVDF, skalibrowanego w zakresie od 1 MHz do 40 MHz. Zbudowanie we własnym zakresie stanowiska eksperymentalnego, którego pracą steruje komputer, pozwalającego w sposób automatyczny: 1) precyzyjnie umieszczać przetwornik nadawczy względem hydrofonu w dowolnym punkcie pomiarowym badanego nieliniowego pola, 2) przesuwając przetwornik nadawczy z wybranym krokiem wzdłuż zaprogramowanego toru ruchu, 3) rejestrować hydrofonem pomiarowym czasowe przebiegi ciśnienia impulsów fali akustycznej w węzłach trójwymiarowej siatki (o programowalnej gęstości w każdym kierunku osi układu współrzędnych) obejmującej badany obszar nieliniowego pola, 4) wizualizować natychmiast po pomiarach rozkład ciśnienia peak-to-peak w wybranych osiach lub płaszczyznach badanego nieliniowego pola, jest wielkim osiągnięciem, zważywszy na fakt, że zakup komercyjnego urządzenia tego typu wiąże się z ogromnymi kosztami.

Zgodność wyników pomiarów nieliniowych pól wytwarzanych w wodzie z wynikami symulacji numerycznych, przeprowadzonych przez autorkę za pomocą 3D solvera, potwierdziła poprawność i dokładność stosowanego modelu numerycznego, a jednocześnie stanowiła podstawę weryfikacji poprawności kalibracji stosowanego układu pomiarowego, a mianowicie właściwego wyboru parametrów warunków brzegowych (średniego ciśnienia i funkcji apodyzacji na powierzchni promieniującej źródła, jego efektywnych rozmiarów oraz kształtu propagującego się impulsu fali akustycznej), będących jednocześnie wejściowymi parametrami 3D solvera numerycznego. Powyższy układ pomiarowy był stosowany następnie przez autorkę do wyznaczania wartości parametru nieliniowości badanej biologicznej cieczy lub tkanki nową, opracowaną przez nią, metodą pomiarową.

Stopień zgodności pomiędzy wynikami obliczeniowymi, a doświadczalnymi potwierdziły osiowe rozkłady ciśnienia 1-szej, 2-giej oraz 3-ciej harmonicznej rozchodzącego się w wodzie impulsu fali akustycznej (generowanego przez płaskie okrągłe źródło), symulowane numerycznie oraz wyznaczone eksperymentalnie dla różnych parametrów warunków brzegowych. Średnia wartość stosunku ciśnienia 1-szej do 2-giej harmonicznej rozchodzącego się w wodzie impulsu fali akustycznej wyznaczona doświadczalnie we wszystkich badanych punktach pomiarowych na osi  $z$  promieniowania wiązki oraz symulowana numerycznie w tym samym zakresie osi  $z$  wyniosła 0.96 (standardowe odchylenie 0.034).

Na podstawie przeprowadzonych przez autorkę symulacji numerycznych wraz z wizualizacją przestrzenno-widmowych rozkładów ciśnienia w nieliniowej wiązce, wytwarzanej w wodzie, dla różnych parametrów warunków brzegowych dokonała ona ilościowej oceny wpływu rozmiarów i częstotliwości płaskiego okrągłego źródła akustycznego na przestrzenno-widmową strukturę tej wiązki. W oparciu o przeprowadzoną ilościową analizę autorka wykazała, że dla źródła o wybranych rozmiarach geometrycznych i częstotliwości gwałtowna samoistna generacja 2-giej, a następnie wyższych harmonicznych rozchodzącego się w wodzie impulsu ciśnienia fali akustycznej o skończonej amplitudzie następuje zawsze w tej samej odległości  $L$  od źródła, niezależnie od średniego ciśnienia na jego powierzchni. Właściwość ta została wykorzystana przez autorkę przy opracowywaniu nowej pomiarowej metody wyznaczania wartości parametru nieliniowości biologicznych cieczy lub tkanek.

Istota proponowanej metody polegała na eksperymentalnym wyznaczaniu osiowych rozkładów stosunku ciśnienia wiązek harmonicznych zawartych w nieliniowej wiązce wytwarzanej w warstwie wody o grubości  $(L + d_{\max})$  oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badany materiał (zawierającym warstwę wody o grubości  $L$  oraz warstwę badanego materiału o grubości  $d_{\max}$ ) w zakresie warstwy badanego materiału, a następnie ich porównywaniu z odpowiednimi osiowymi rozkładami, symulowanymi numerycznie dla różnych zakładanych wartości parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  badanego materiału, zachowując pozostałe parametry warunków brzegowych takimi samymi jak w eksperymencie.

W związku z powyższym celem badań, przeprowadzonych przez autorkę na następnym etapie (Rozdział 6), była ilościowa analiza wpływu właściwości pola akustycznego (określanych parametrami geometrycznymi i parametrami pracy źródła oraz średnim ciśnieniem na jego powierzchni), wytwarzanego przez to źródło w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badany materiał, a także liniowych i nieliniowych akustycznych właściwości badanego ośrodka na czułość proponowanej pomiarowej metody wyznaczania wartości parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  badanego materiału.

Ze względu na łatwość weryfikacji zgodności wyników pomiarów z wynikami symulacji numerycznych autorka przeprowadziła szereg symulacji numerycznych

nieliniowych pól wytwarzanych przez płaskie źródła akustyczne w dwuwarstwowym układzie jednorodnych ośrodków: woda – standardowa ciecz lub tkanka biologiczna, zakładając 3 różne wartości parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  tej ostatniej: nominalną (publikowaną w literaturze), o 10 % większą oraz o 10 % mniejszą.

Dla przeprowadzania symulacji numerycznych 3D solver numeryczny został zmodyfikowany przez J. Wójcika. Modyfikacja polegała na rozszerzeniu opisu nieliniowego pola na ośrodki warstwowe. Pakiet graficzny został zmodyfikowany przez autorkę. Umożliwił on szybką wizualizację na jednym rysunku osiowych rozkładów ciśnienia 1-szej, 2-giej oraz 3-ciej harmonicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w samej wodzie i w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badana ciecz lub tkanka dla 3-ch zakładanych wartości  $(B/A)_x$  tej ostatniej.

W pierwszej kolejności autorka przeprowadziła szereg symulacji numerycznych przestrzenno-widmowej struktury nieliniowych pól wytwarzanych w dwuwarstwowym układach jednorodnych ośrodków: woda – badana standardowa ciecz (olej kukurydziany, glikol etylenowy, gliceryna), której parametr nieliniowości jest znany z literatury. W przypadku symulacji numerycznych dwuwarstwowym układ ośrodków autorka komponowała w szczególny sposób. Dla każdego źródła o wybranych rozmiarach i częstotliwości grubość  $L$  warstwy wody była równa odległości od tego źródła w której następuje gwałtowny wzrost amplitudy ciśnienia 2-giej oraz obecność 3-ciej harmonicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w samej wodzie. Maksymalna grubość warstwy  $d_{\max}$  badanego ośrodka została wybrana przez autorkę równą 50 mm ze względu na ewentualne trudności pomiarowe związane z dużym tłumieniem w biologicznych cieczach i tkankach.

Po przeprowadzeniu szeregu symulacji numerycznych osiowych rozkładów ciśnienia 1-szej, 2-giej oraz 3-ciej harmonicznej impulsu fali akustycznej rozchodzącego się w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badana standardowa ciecz dla 3-ch zakładanych parametrów nieliniowości tej ostatniej, oscylujących wokół wartości nominalnej w zakresie  $\pm 10\%$ , autorka dokonała również ilościowej analizy wpływu geometrycznych rozmiarów i częstotliwości stosowanego źródła na maksymalne różnice pomiędzy osiowymi rozkładami ciśnienia wymienionych powyżej harmonicznych, spowodowane zmianą wartości parametru nieliniowości badanej standardowej cieczy.

Na podstawie przeprowadzonej analizy wrażliwości przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola, wytwarzanego przez płaskie źródło akustyczne o różnej średnicy i częstotliwości w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badana standardowa ciecz, na zmiany wartości parametru nieliniowości  $(B/A)_x$  tej ostatniej, autorka wykazała, że w przypadku źródeł o jednakowym parametrze  $ka$  (gdzie  $k$  – liczba falowa,  $a$  – promień źródła) stosowanie źródła o większej średnicy oraz niższej częstotliwości (szczególnie dla silnie tłumiących cieczy o współczynniku tłumienia kwadratowo zależnym od częstotliwości) powoduje wzrost różnic pomiędzy

dzy osiowymi rozkładami ciśnienia harmonicznego, spowodowany zmianą wartości parametru nieliniowości badanej cieczy w zakresie  $\pm 10\%$ .

W związku z powyższym wyciągnięto wniosek, że stosowanie źródła akustycznego o większych rozmiarach i niższej częstotliwości pozwala wyznaczać wartość parametru nieliniowości badanej jednorodnej cieczy z lepszą dokładnością.

Następnie autorka przeprowadziła szereg symulacji numerycznych oraz wizualizacji przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola, wytwarzanego w dwuwarstwowym układzie jednorodnych ośrodków: woda – standardowa tkanka biologiczna (krew wieprzowa, homogenizowana wątroba wieprzowa, masa sojowa tofu, imitująca tkankę miękką) dla różnych parametrów warunków brzegowych, przy założeniu 3-ch wartości parametru  $(B/A)_x$  badanego ośrodka, oscylujących wokół wartości nominalnej w zakresie  $\pm 10\%$ . W oparciu o przeprowadzone symulacje numeryczne autorka dokonała ilościowej oceny wrażliwości przestrzenno-widmowej struktury nieliniowych pól, wytwarzanych w rozpatrywanych dwuwarstwowym układach ośrodków: woda – badana tkanka, na zmiany wartości  $(B/A)_x$  tej ostatniej w zależności od rozmiarów i parametrów pracy stosowanego źródła. Ilościowa analiza wyników obliczeń numerycznych pozwoliła autorce wykazać, że stopień wrażliwości osiowych rozkładów ciśnienia harmonicznego impulsu fali akustycznej, rozchodzącego się w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badany materiał, na zmiany wartości parametru nieliniowości tego ostatniego wokół wartości nominalnej w zakresie  $\pm 10\%$ , w zależności od średnicy i częstotliwości źródła akustycznego jest znacznie mniejszy w przypadku tkanek biologicznych.

Celem badań, przeprowadzonych przez autorkę na kolejnym etapie i przedstawionych w Rozdziale 7 niniejszej pracy, była eksperymentalna weryfikacja poprawności oraz dokładności przewidywania za pomocą rozszerzonego 3D solvera numerycznego przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola wytwarzanego przez płaskie okrągłe źródło akustyczne w dwuwarstwowym układzie jednorodnych ośrodków: woda – badana ciecz lub tkanka biologiczna dla różnych parametrów warunków brzegowych.

Powyższą weryfikację autorka przeprowadziła metodą eksperymentalnego wyznaczania osiowych rozkładów stosunku ciśnienia 1-szej oraz 2-giej harmonicznego impulsu fali akustycznej, rozchodzącego się w warstwie wody o grubości  $(L + d_{\max})$  oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków o takiej samej grubości (zawierającym warstwę wody o grubości  $L$  oraz warstwę badanej biologicznej cieczy lub tkanki o grubości  $d_{\max}$ ) w zakresie warstwy badanego ośrodka, a następnie ich porównywania z osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia 1-szej oraz 2-giej harmonicznego, symulowanymi numerycznie dla 3-ch zakładanych wartości parametru nieliniowości badanej cieczy lub tkanki, oscylujących wokół jej wartości nomi-



nalnej w zakresie  $\pm 10\%$ , przy zachowaniu pozostałych parametrów warunków brzegowych takimi samymi jak w eksperymencie.

Sposób praktycznej realizacji weryfikacji poprawności i dokładności przewidywania za pomocą zmodyfikowanego 3D solvera przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola, wytwarzanego w dwuwarstwowym układzie jednorodnych ośrodków: woda – badany materiał, stanowił istotę nowej pomiarowej metody wyznaczania wartości  $(B/A)_x$  biologicznej cieczy lub tkanki.

W praktyce badania nieliniowego pola, wytwarzanego przez płaski piezoelektryczny przetwornik nadawczy w dwuwarstwowym układzie jednorodnych ośrodków: woda – badany materiał, realizowane były na stanowisku doświadczalnym, zbudowanym do badań nieliniowej propagacji impulsowych fal akustycznych w wodzie. Opanowana technika eksperymentalnych badań nieliniowych pól w wodzie umożliwiała autorce precyzyjnie kalibrować układ pomiarowy dla poszczególnych cykli badań, dotyczących osobno każdego ośrodka. Kalibracja układu pomiarowego do badań nieliniowych pól, wytwarzanych w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badany materiał o poszukiwanej wartości parametru nieliniowości, polegała na dokładnym wyznaczeniu parametrów warunków brzegowych nieliniowej propagacji w wodzie (przede wszystkim średniego ciśnienia na powierzchni przetwornika nadawczego oraz jego efektywnej średnicy), będących wejściowymi parametrami 3D solvera numerycznego.

Eksperymentalne wyznaczanie osiowych rozkładów stosunku ciśnienia 1-szej oraz 2-giej harmonicznej impulsu fali akustycznej, rozchodzącego się w warstwie wody o grubości  $(L + d_{\max})$  oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków o takiej samej grubości w funkcji tej grubości, autorka realizowała metodą wprowadzania warstw badanego materiału (w postaci wypełnionych tym materiałem cylindrycznych kaset o różnej wysokości  $d = d_{\min} \div d_{\max}$ , których przednią i tylną powierzchnię stanowiły wejściowe i wyjściowe okna wykonane z naciągniętej folii polietylenowej) pomiędzy zanurzonymi w wodzie przetwornikiem nadawczym a hydrofonem pomiarowym. Wejściowe okno każdej kasyty umieszczano w stałej odległości  $L$  od przetwornika nadawczego, wyznaczonej metodą symulacji numerycznej osiowych rozkładów harmonicznych impulsu fali akustycznej, generowanego przez wybrane źródło i rozchodzącego się w samej wodzie. Odległość  $L$  równała się odległości od tego źródła, w której następuje gwałtowny wzrost amplitudy ciśnienia 2-giej oraz obecność 3-ciej harmonicznej. Opracowana przez autorkę specjalna konstrukcja prowadnic, przytwierdzonych do hydrofonu, zapewniała równoległość wejściowego i wyjściowego okna kasyty do powierzchni hydrofonu oraz niezmienną odległość do niej wyjściowego okna kasyty, natomiast konstrukcja (również opracowana przez autorkę) kaset w postaci 3-ch nakładanych na siebie cylindrycznych pierścieni o jednakowej wysokości  $d$  z naciągniętą z obu stron folią polietylenową o grubości  $7\ \mu\text{m}$ , zapewniała jednakową grubość badanej warstwy, równoległość jej przedniej i tylnej powierzchni oraz przezroczystość folii dla fali akustycznej.

Dla wyznaczenia wartości parametru nieliniowości każdego z badanych standardowych ośrodków autorka przeprowadzała cykl pomiarowy, który zawierał następujące kroki:

1) rejestrowanie hydrofonom pomiarowym (po dokonaniu kalibracji układu pomiarowego w wodzie) osiowych przebiegów ciśnienia w czasie impulsu fali akustycznej (generowanego przez płaski przetwornik nadawczy o wybranej średnicy, częstotliwości oraz początkowej amplitudzie fali akustycznej) po jego przejściu kolejno przez warstwę wody o grubości  $(L + d)$  oraz przez dwuwarstwowy układ ośrodków o takiej samej grubości (zawierający warstwę wody o stałej grubości  $L$  oraz warstwę badanego materiału o zmiennej grubości  $d$ ). Dwuwarstwowy układ ośrodków w praktyce realizowany był metodą zanurzania w wodzie, w stałej odległości  $L$  od powierzchni przetwornika nadawczego, 5-ciu cylindrycznych kaset o wysokości  $d = 10, 15, 20, 25, 30$  mm, wypełnionych na przemian badanym materiałem lub wodą. Ze względu na duże tłumienie w tkankach miękkich maksymalna stosowana w badaniach eksperymentalnych wysokość kaset wynosiła  $d_{\max} = 30$  mm. Pary jednakowych kaset, z których jedna wypełniona była wodą, a druga – badanym materiałem stosowano w celu uniknięcia ewentualnego wpływu folii polietylenowej na wyniki pomiarów. Zapewniało to jednakowe straty przenikania przez folię polietylenową.

2) obróbka spektralna metodą FFT (za pomocą programu SPLITWAF) 10-ciu zarejestrowanych, spróbkowanych w czasie impulsów ciśnienia fali akustycznej,

3) wyznaczenie stosunki amplitudy ciśnienia 1-szej oraz 2-giej harmonicznej impulsu fali akustycznej po jego przejściu kolejno przez 5 warstw wody o grubości  $(L + d)$  oraz przez 5 dwuwarstwowych układów: woda – badany materiał o takiej samej grubości w funkcji tej grubości.

4) porównanie wyznaczonych doświadczalnie rozkładów z osiowymi rozkładami stosunku ciśnienia 1-szej oraz 2-giej harmonicznej, symulowanymi numerycznie dla takich samych parametrów warunków brzegowych przy założeniu 3-ch wartości parametru nieliniowości badanego materiału, oscylujących wokół wartości nominalnej w zakresie  $\pm 10\%$ .

Symulowane numerycznie osiowe rozkłady stosunku ciśnienia 1-szej ( $1_w / 1_x$ ) oraz 2-giej ( $2_w / 2_x$ ) harmonicznej impulsu fali akustycznej, rozchodzącego się w samej wodzie oraz w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badany materiał o takiej samej grubości, w zakresie warstwy badanego materiału, najbardziej zbliżone do odpowiednich osiowych rozkładów wyznaczonych doświadczalnie, pozwalają z dużą dokładnością wyznaczać poszukiwaną wartość parametru nieliniowości badanego materiału.

Weryfikację zgodności wyników przeprowadzonych przez autorkę pomiarów z wynikami symulacji numerycznych dla rozpatrywanych standardowych cieczy oraz tkanek biologicznych przedstawiono w Rozdziale 7 niniejszej pracy. Najlepsze dopasowanie wyników obliczeń numerycznych do wyników eksperymentalnych

pozwoili autorce wyznaczy wartości parametrów nieliniowości rozpatrywanych jednorodnych cieczy i tkanek biologicznych oraz porówna otrzymane wyniki z wynikami opublikowanymi w literaturze. Wyznaczone w temperaturze 25 °C wartości parametru nieliniowości wyniosły: dla oleju kukurydzianego  $(B/A)_{ok} = 10 \pm 0.2$ , dla glikolu etylenowego  $(B/A)_{ge} = 9.5 \pm 0.2$ , dla gliceryny  $(B/A)_{gc} = 9 \pm 0.2$ , dla homogenizowanej wątroby wieprzowej  $(B/A)_{hw} = 6.9 \pm 0.3$ , dla masy sojowej tofu  $(B/A)_{jf} = 5.5 \pm 0.2$ .

Dokładność wyznaczania wartości parametru nieliniowości badanych ośrodków zaproponowaną metodą w przypadku standardowych jednorodnych cieczy wyniosła w przybliżeniu 2 % i jest o około 3 % lepsza od dokładności na jaką pozwalały dotychczasowe metody, natomiast w przypadku homogenizowanych tkanek dokładność ta jest lepsza o 2 %.

Tymczasem wartości nominalne parametru nieliniowości rozpatrywanych standardowych ośrodków jednorodnych, wyznaczone doświadczalnie zaproponowaną metodą w temperaturze 25 °C, różnią się od uśrednionych wartości opublikowanych w literaturze, wyznaczanych różnymi metodami w temperaturze od 20 °C do 30 °C, o około  $\pm 4$  %.

Dokładność wyznaczania wartości parametru nieliniowości rzeczywistych (niejednorodnych) tkanek różnymi dotychczas stosowanymi pomiarowymi metodami akustycznymi zależy od stopnia ich jednorodności i wynosi średnio  $\pm 10$  %. Biorąc pod uwagę powyższy rozrzut, dużą zaletą opracowanej metody jest możliwość wyznaczania wartości parametru nieliniowości również dla ośrodków niejednorodnych.

W przypadku ośrodków niejednorodnych (jakimi są rzeczywiste tkanki miękkie) opracowana metoda pozwala rejestrować czasowe przebiegi ciśnienia impulsów fali akustycznej po przejściu przez dwuwarstwowe układy ośrodków nie tylko na osi promieniowania wiązki lecz również w kierunkach poprzecznych. Wtedy przebiegi czasowe impulsów ciśnienia, rejestrowane hydrofonem w każdym punkcie pomiarowym w wybranym zakresie poprzecznej osi, najpierw mogą być uśredniane, a dopiero potem poddawane obróbce spektralnej. 3D solver numeryczny również posiada możliwość uśredniania symulowanych numerycznie impulsów ciśnienia fali akustycznej w wybranym zakresie poprzecznej osi.

Stąd celowe jest podjęcie dalszych badań eksperymentalnych opracowaną metodą pomiarową oraz badań obliczeniowych metodą symulacji numerycznych, które obejmą tkanki rzeczywiste. Wyniki badań zjawiska nieliniowego rozchodzenia się fal akustycznych w tkankach jednorodnych wskazują zarówno na dużą dokładność wyznaczania wartości ich parametru nieliniowości zaproponowaną metodą, jak i na potrzebę jej wykorzystania do oceny stanu patologicznego niejednorodnych tkanek rzeczywistych. Rakowe tkanki zwykle zawierają znacznie większą frakcję wody niż tkanki zdrowe. Na przykład, w zdrowej wątrobie frakcja wody wynosi

zazwyczaj 0.76, tymczasem jak w zaatakowanej szpiczakiem mnogim – 0.9. Parametr nieliniowości zdrowej wątroby ludzkiej w temperaturze 30 °C wynosi  $7.6 \pm 0.8$  [16], natomiast wartość parametru nieliniowości wody w takiej samej temperaturze jest równa  $5.5 \pm 0.3$  [60]. Stąd można oczekiwać, że obniżenie wartości parametru nieliniowości wątroby, spowodowane jej stanem chorobowym, wyniesie co najmniej 20 %.

Zaproponowana pomiarowa metoda wyznaczania wartości parametru nieliniowości biologicznych cieczy lub tkanek wymaga tylko próbek badanego ośrodka oraz badań *in vitro*. Dotychczas opublikowane w literaturze światowej wyniki badań, poświęconych ocenie stanu chorobowego tkanek na podstawie wyznaczania ich parametru nieliniowości, są bardzo skromne. Celowe jest więc podjęcie dalszych badań, które obejmą również tkanki nowotworowe.

Przeprowadzone przez autorkę (zarówno metodą symulacji numerycznych jak i eksperymentalną) i przedstawione w niniejszej pracy badania przestrzenno-widmowej struktury nieliniowych pól, wytwarzanych w wodzie oraz w dwuwarstwowych układach jednorodnych ośrodków: woda – badana biologiczna ciecz lub tkanka, dla różnych parametrów warunków brzegowych, a także ilościowa analiza wrażliwości tej struktury na zmiany nieliniowych akustycznych parametrów badanych ośrodków, a także na zmiany parametrów warunków brzegowych, mają duże znaczenie praktyczne ze względu na możliwość zastosowania źródeł fal ultradźwiękowych o wysokim poziomie pobudzenia nie tylko do celów oceny stanu patologicznego badanej tkanki, lecz również do rozwiązywania problemów w takich dziedzinach jak ultrasonografia, hydroakustyka, mikroskopia i defektoskopia akustyczna.

Znajomość dokładnej wartości parametru nieliniowości  $B/A$  ośrodków biologicznych pozwoli również znacznie przyspieszyć i zracjonalizować proces projektowania przetworników nadawczych w głowicach ultrasonograficznych, wykorzystywanych w technice wizualizacji harmoniczej tkanek. Przewidywanie metodą symulacji numerycznych przestrzenno-widmowej struktury nieliniowej wiązki, wytwarzanej w warstwowych układach tkanek biologicznych w zależności od parametrów geometrycznych źródła, parametrów jego pracy oraz liniowych i nieliniowych akustycznych własności każdej warstwy pozwala optymalizować poprzeczne przekroje wiązek harmoniczych wzdłuż całego zakresu penetracji, poprawiając w ten sposób rozdzielczość obrazowania badanych organów, a w konsekwencji trafność stawianej diagnozy.

Osiągnięcia:

1. przeprowadzono metodą symulacji numerycznych badania przestrzenno-czasowej oraz przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola wytwarzanego przez płaskie okrągłe źródło akustyczne w wodzie w zależności od zakładanych parametrów warunków brzegowych w celu dokonania ilościowej oceny wpływu rozmiarów i częstotliwości źródła, funkcji apodyzacji na

- jego powierzchni oraz kształtu i początkowej amplitudy generowanego przez niego i rozchodzącego się w wodzie sinusoidalnego impulsu fali akustycznej na przebieg zjawiska nieliniowej propagacji tego impulsu w wodzie;
2. na podstawie przeprowadzonej ilościowej analizy wpływu rozmiarów i częstotliwości źródła oraz początkowej amplitudy ciśnienia na jego powierzchni na przestrzenno-widmową strukturę nieliniowych pól wytwarzanych w wodzie wykazano, że odległość od źródła na osi promieniowania nieliniowej wiązki, w której następuje gwałtowny wzrost amplitudy ciśnienia 2-giej, a następnie wyższych harmonicznym impulsu fali akustycznej, nie zależy od początkowej amplitudy ciśnienia rozchodzącego się w wodzie impulsu i jest stała dla źródła o wybranych rozmiarach i częstotliwości;
  3. zbudowano oryginalne stanowisko laboratoryjne do badań nieliniowych pól akustycznych w ośrodkach rzeczywistych, wyposażone w sterowany komputerowo układ automatycznego precyzyjnego pozycjonowania przetwornika nadawczego względem hydrofonu pomiarowego, w nowoczesną elektroniczną aparaturę nadawczo-odbiorczą oraz w najnowszy model szerokopasmowego membranowego hydrofonu pomiarowego z folii PVDF produkcji amerykańskiej.
  4. przeprowadzono weryfikację poprawności oraz dokładności przewidywania przestrzenno-widmowej struktury nieliniowych pól wytwarzanych w wodzie metodą eksperymentalnego wyznaczania osiowych rozkładów ciśnienia 1-szej, 2-giej oraz 3-ciej harmonicznym rozchodzącego się w wodzie impulsu fali akustycznej dla różnych parametrów warunków brzegowych, a następnie porównywania wyników doświadczalnych z wynikami symulacji numerycznych dla takich samych warunków brzegowych.
  5. wyznaczono stopień zgodności wyników pomiarów nieliniowego pola akustycznego w wodzie z wynikami symulacji numerycznych, który wyniósł 0.96 (standardowe odchylenie 0.034).
  6. przeprowadzono metodą symulacji numerycznych badania przestrzenno-czasowej oraz przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola, wytwarzanego przez płaskie okrągłe źródło akustyczne w dwuwarstwowym układzie jednorodnych ośrodków: woda – badana standardowa ciecz (olej kukurydziany, glikol etylenowy, gliceryna) lub tkanka biologiczna (krew wieprzowa, homogenizowana wątroba wieprzowa, homogenizowana masa sojowa tofu, imitująca tkankę miękką), w zależności od zakładanych parametrów warunków brzegowych w celu dokonania ilościowej oceny wpływu rozmiarów i częstotliwości źródła, liniowych i nieliniowych własności akustycznych badanej cieczy lub tkanki biologicznej oraz początkowej amplitudy ciśnienia sinusoidalnego impulsu fali akustycznej rozchodzącego się

w rozpatrywanym układzie ośrodków na przebieg zjawiska nieliniowej propagacji;

7. w oparciu o przeprowadzoną metodą symulacji numerycznych ilościową analizę wrażliwości przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola, wytwarzanego przez płaskie okrągłe źródło akustyczne w dwuwarstwowym układzie jednorodnych ośrodków: woda – badana standardowa ciecz lub tkanka biologiczna, na zmiany wartości parametru nieliniowości badanego ośrodka w zależności od średnicy i częstotliwości źródła wykazano, że w przypadku źródeł o jednakowym parametrze  $ka$  stosowanie źródła o większej średnicy i niższej częstotliwości pozwala wyznaczyć z większą dokładnością wartość parametru nieliniowości badanej cieczy lub tkanki biologicznej;
8. opracowano sposób praktycznej realizacji weryfikacji poprawności i dokładności przewidywania metodą symulacji numerycznych przestrzenno-widmowej struktury nieliniowego pola, wytwarzanego przez płaskie okrągłe źródło akustyczne w dwuwarstwowym układzie jednorodnych ośrodków: woda – badana standardowa ciecz lub tkanka biologiczna, który stanowił istotę nowej pomiarowej metody wyznaczania z dużą dokładnością wartości parametru nieliniowości badanej cieczy lub tkanki;
9. dla przeprowadzenia eksperymentalnych badań nieliniowych pól w dwuwarstwowym układzie ośrodków: woda – badana ciecz lub tkanka miękka zaprojektowano i wykonano oryginalne oprzyrządowanie do stanowiska doświadczalnego, zbudowanego do badań nieliniowej propagacji fal akustycznych w wodzie, a mianowicie: konstrukcję prowadnic, przymocowywanych do hydrofonu pomiarowego i zapewniających równoległość przedniej i tylnej powierzchni cylindrycznych kaset (wypełnianych badanym ośrodkiem lub wodą) do jego powierzchni oraz niezmienność odległości tylnej powierzchni każdej kasety od powierzchni hydrofonu, a także 5 jednakowych par cylindrycznych kaset o wysokości  $d = 10, 15, 20, 25, 30$  mm z naciąganą z obu stron folią polietylenową;
10. opracowana metoda pomiarowa pozwala wyznaczać wartość parametru nieliniowości jednorodnych ośrodków biologicznych z dokładnością o 3 % lepszą od dokładności na jaką pozwalały dotychczasowe metody w przypadku cieczy oraz o 2 % lepszą w przypadku homogenizowanych tkanek miękkich. Wyznaczone doświadczalnie nominalne wartości parametru nieliniowości rozpatrywanych jednorodnych cieczy oraz tkanek biologicznych różniły się od wartości wyznaczonych różnymi metodami i opublikowanych w literaturze o około  $\pm 4$  %.



**Bibliografia**

1. AANONSEN S. I., BARKVE T., TJØTTA J. N., TJØTTA S., *Distortion and harmonic generation in the near field of a finite amplitude sound beam*, J. Acoust. Soc. Am., **75**, 3, 749-768, 1984.
2. ADLER L., HIEDEMANN E. A., *Determination of the nonlinearity parameter  $B/A$  for water and m-xylene*, J. Acoust. Soc. Am., **34**, 4, 410-412, 1962.
3. AIUM Technical Bulletin, *How to interpret the ultrasound output display standard for higher acoustic output diagnostic ultrasound devices*, Journal of Ultrasound in Medicine, **17**, 8, 535-538, 1998.
4. APFEL R. E., *The effective nonlinearity parameter for immiscible liquid mixtures*, J. Acoust. Soc. Am., **74**, 6, 1866-1868, 1983.
5. AVERKIOU M. A., ROUNDHILL D. R., POWERS J. E., *A new imaging technique based on the nonlinear properties of tissues*, Proc. IEEE Ultrasonics Symp. 2, 1561-1566, 1997.
6. BASS R., *Diffraction effects in the ultrasonic field of a piston source*, J. Acoust. Soc. Am., **30**, 7, 602, 1958.
7. BEYER R. T., *Parameter of nonlinearity in fluids*, J. Acoust. Soc. Am., **32**, 2, 719-721, 1960.
8. BEYER R. T., *Nonlinear acoustics in fluids*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1984.
9. BEYER R. T., *Nonlinear Acoustics*, ed. by Hamilton M. F., Blackstock D. T., Academic Press, 25-40, San Diego 1997.
10. BJØRNØ L., *Nonlinear acoustics: ancient foundations, modern objectives, exciting applications*, Proc. Ultrasonics International 83, Butterworth Scientific Ltd., Guildford, UK, 338, 1983.
11. BJØRNØ L., *Characterization of biological media by means of their nonlinearity*, Ultrasonics, **24**, 254-259, 1986.
12. BLACKSTOCK D. T., *Propagation of plane sound waves of finite amplitude in nondissipative fluids*, J. Acoust. Soc. Am., **34**, 9-30, 1962.
13. CARSTENSEN E. L., LAW W. K., McKAY N. D., MUIR T. G., *Demonstration of nonlinear acoustical effects at biomedical frequencies and intensities*, Ultrasound in Med. & Biology, **6**, 359, 1980.
14. CARSTENSEN E. L., BECROFT S. A., LAW W. K., BARBEE D. B., *Finite amplitude effects on the threshold for lesion production in tissues by unfocused ultrasound*, J. Acoust. Soc. Am., **70**, 302, 1981.
15. CHU B. T., KOVÁSZNAY L. S., *Nonlinear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas*, J. Fluid Mech., **3**, 494-514, 1958.
16. COBB W. N., *Finite amplitude method for the determination of the acoustic nonlinearity parameter  $B/A$* , J. Acoust. Soc. Am., **73**, 5, 1525-1531, 1983.



17. COPPENS A. B., BEYER R. T., SEIDEN M. B., DONOHUE J., GUEPIN F., HODSON R. H., TOWNSEND C., *Parameter of nonlinearity in fluids. Part II*, J. Acoust. Soc. Am., **38**, 5, 797-804, 1965.
18. DONG F., MADSEN E. L., McDONALD M. C., ZAGRZEBSKI J. A., *Nonlinearity parameter for tissue-mimicking materials*, Ultrasound in Med. & Biol., **25**, 5, 831-838, 1999.
19. DUCK F., *Physical properties of tissues*, Academic Press, London 1990.
20. DUNN F., *Temperature and amplitude dependence of acoustic absorption in tissue*, J. Acoust. Soc. Am., **34**, 10, 1545, 1962.
21. DUNN F., LAW W. K., FRIZZELL L. A., *Nonlinear ultrasonic wave propagation in biological materials*, Proceedings 1981 Ultrasonics Symposium IEEE, **1**, 527, 1981.
22. DUNN F., LAW W. K., FRIZZELL L. A., *The ultrasonic nonlinearity parameter for biological media*, Archives of Acoustics, **9**, 1-2, 29-34, 1984.
23. ECKART C., *Vortices and streams caused by sound waves*, Phys. Rev., **73**, 68-76, 1948.
24. ENDO H., *Determination of the nonlinearity parameters for liquids using thermodynamic constants*, J. Acoust. Soc. Am., **71**, 2, 330-333, 1982.
25. ENDO H., *Empirical expression for nonlinearity parameter  $B/A$  of fluids*, J. Acoust. Soc. Am., **72**, 1, 235-237, 1982.
26. ENDO H., *Calculation of nonlinearity parameter for sea water*, J. Acoust. Soc. Am., **76**, 1, 274-279, 1984.
27. ERRABOLU R. L., SEGHAL C. M., GREENLEAF J. F., *Dependence of ultrasonic nonlinear parameter  $B/A$  on fat*, Ultrasonic Imaging, **9**, 180-194, 1987.
28. EULER L., *Principes généraux du mouvement des fluids*, Mém. Acad. Sci., Berlin, **11**, 1755.
29. FILIPCZYŃSKI L., KUJAWSKA T., TYMKIEWICZ R., WÓJCIK J., *Nonlinear and linear propagation of diagnostic ultrasound pulses*, Ultrasound in Med. & Biol., **25**, 2, 285-299, 1999.
30. FILIPCZYŃSKI L., KUJAWSKA T., TYMKIEWICZ R., WÓJCIK J., *Ilościowa ocena nieliniowej propagacji w wodzie i tkance*, Hydroacoustics, **3**, 53-56, 2000.
31. FILIPCZYŃSKI L., WÓJCIK J., KUJAWSKA T., ŁYPACEWICZ G., TYMKIEWICZ R., ZIENKIEWICZ B., *Nonlinear native propagation effects of diagnostic ultrasound computed and measured in blood*, Ultrasound in Med. & Biol., **27**, 2, 251-257, 2001.
32. FILIPCZYŃSKI L., KUJAWSKA T., WÓJCIK J., TYMKIEWICZ R., *Numerical and experimental pressure determination in the very near field of a piezoelectric transducer*, Archives of Acoustics, **26**, 3, 223-234, 2001.

33. FOX F. E., WALLACE W. A., *Absorption of finite amplitude sound waves*, J. Acoust. Soc. Am., **26**, 994-1006, 1954.
34. FUBINI G. E., *Anomalie nella propagazione di onde acustiche di grande ampiezza*, Alta Frequenza, **4**, 530, 1935.
35. GOLDBERG Z. A., *Interaction of plane longitudinal and transverse elastic waves*, Sov. Phys. Acoust., **6**, 306-310, 1961.
36. GONG X., FENG R., ZHU C., SHI T., *Ultrasonic investigation of the nonlinearity parameter  $B/A$  in biological media*, J. Acoust. Soc. Am., **76**, 3, 949-950, 1984.
37. GONG X., ZHU Z., SHI T., HUANG J., *Determination of the acoustic nonlinearity parameter in biological media using FAIS and ITD methods*, J. Acoust. Soc. Am., **86**, 1, 1-5, 1989.
38. GOSS S. A., FRY F. J., *Nonlinear acoustic behavior in focused ultrasonic fields: observations of intensity dependent absorption in biological tissue*, IEEE Trans. Sonics Ultrasonics, SU – **28**, 1, 21, 1981.
39. GRELOWSKA G., *Fale sprężyste o dużym natężeniu w wodzie*, Zeszyty Naukowe AMW, 146A, Gdynia 2001.
40. HAGELBERG M. P., HOLTON G., KAO S., *Calculation of  $B/A$  for water from measurements of ultrasonic velocity versus temperature and pressure to  $10000 \text{ kg/cm}^2$* , J. Acoust. Soc. Am., **41**, 3, 564-567, 1967.
41. HAGELBERG M. P., *Ultrasonic velocity measurements and  $B/A$  for 1-propanol at pressures to  $10000 \text{ kg/cm}^2$* , J. Acoust. Soc. Am., **47**, 1, 158-162, 1970.
42. HAMILTON M. F., BLACKSTOCK D. T., *Nonlinear Acoustics*, Academic Press, San Diego 1997.
43. HUGHES D. A., KELLY G. S., *Second order elastic deformation of solids*, Physical Review, **92**, 5, 1145-1149, 1953.
44. ICHIDA N., SATO T., MIWA H., MURAKAMI K., *Real-time nonlinear parameter tomography using impulsive pumping waves*, IEEE Trans. Sonics Ultrasonics, **31**, 6, 635, 1984.
45. INGENITO F., WILLIAMS A. Jr., *Calculation of second harmonic generation in a piston beam*, J. Acoust. Soc. Am., **49**, 1, 319-328, 1971.
46. KOSTEK S., SINHA B. K., NORRIS G., *Third order elastic constants for an inviscid fluid*, J. Acoust. Soc. Am., **94**, 3014-3017, 1993.
47. KOZACZKA E., *Acoustical nonlinearity of seawater*, Proceedings of the Conference on Undersea Defense Technology, London 2000.
48. KOZACZKA E., GRELOWSKA G., *Koncepcja pomiaru metodą akustyczną nelineowego parametru  $B/A$  wody morskiej*, Materiały XL Otwartego Seminarium z Akustyki, Polańczyk, 74-76, 1993.

49. KUJAWSKA T., FILIPCZYŃSKI L., WÓJCIK J., SZELAŻEK J., TYMKIEWICZ R., *Nonlinear and linear acoustic properties of a tissue-mimicking material tofu*, Proc. of the 6<sup>th</sup> International Conference on Biomedical Engineering, Kaunas, 110-113, 2002.
50. KUJAWSKA T., FILIPCZYŃSKI L., WÓJCIK J., SZELAŻEK J., TYMKIEWICZ R., *Nonlinear and linear acoustic properties of a tissue-mimicking material tofu*, Proceedings of International Conference in Biomedical Engineering, Kaunas University of Technology, 110-114, 2002.
51. KUJAWSKA T., WÓJCIK J., FILIPCZYŃSKI L., ETIENNE J., *A new method for determination of the acoustic nonlinearity parameter  $B/A$  in multilayer biological media*, Proceedings of the 5<sup>th</sup> World Congress on Ultrasonics, Paris, 2003.
52. KUJAWSKA T., WÓJCIK J., FILIPCZYŃSKI L., ETIENNE J., *A new numerical method for determination of the acoustic nonlinearity parameter  $B/A$  in two-layer structures*, 7<sup>th</sup> International Conference on Biomedical Engineering, Kaunas Technological University, 219-222, 2003.
53. KUJAWSKA T., WÓJCIK J., FILIPCZYŃSKI L., *Possible temperature effects computed for acoustic microscopy used for living cells*, *Ultrasound in Medicine and Biology*, **30**, 1, 93-101, 2004.
54. KUJAWSKA T., WÓJCIK J., *Harmonic ultrasound beams forming by means of radiating source parameters*, *Hydroacoustics*, **7**, 135-142, 2004.
55. KUJAWSKA T., WÓJCIK J., *Dependence of nonlinear ultrasound beam propagation on boundary conditions*, *Ultragarsas*, **53**, 4, 52-55, 2004.
56. KUZNETSOV V. P., *Urvnienija nieliniejnoj akustiki*, *Akust. Zhurnal*, **16**, 548-553, 1970.
57. LANDAU L. D., LIFSHITZ E. M., *Fluid mechanics*, 2<sup>nd</sup> ed. Pergamon Press, New York, 1987.
58. LAW W. K., FRIZZELL L. A., DUNN F., *Ultrasonic determination of the nonlinearity parameter  $B/A$  for biological media*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **69**, 1210-1212, 1981.
59. LAW W. K., FRIZZELL L. A., DUNN F., *Comparison of thermodynamic and finite amplitude methods of  $B/A$  determination in biological materials*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **74**, 1295-1297, 1983.
60. LAW W. K., FRIZZELL L. A., DUNN F., *Determination of the nonlinearity parameter  $B/A$  of biological media*, *Ultrasound in Med. & Biol.*, **11**, 2, 307-318, 1985.
61. LIGHTHILL M. J., *Waves in fluids*, Cambridge University Press, Cambridge, 1980.

62. LITNIEWSKI J., NOWICKI A., SAWICKI A., *Detection of bone disease with ultrasound – comparison with bone densitometry*, *Ultrasonics*, **38**, 693-697, 2000.
63. MADIGOSKY W. M., ROSENBAUM I., LUCAS R., *Sound velocities and B/A in fluorocarbon fluids and in several low density solids*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **69**, 6, 1639-1643, 1981.
64. MORSE P. M., INGARD K. U., *Theoretical acoustics*, McGraw-Hill, New York, 1968.
65. MUIR T. G., CARSTENSEN E. L., *Prediction of nonlinear acoustic effects of biological frequencies and intensities*, *Ultrasound in Med. & Biology*, **6**, 345, 1980.
66. NARAYANA K. L., SWAMY K. M., *Acoustic nonlinear parameter B/A in N-pentane*, *Acustica*, **49**, 336-339, 1981.
67. PULS I., BERG D., MAUER M., SCHLIESSER M., HETZEL G., BECKER G., *Transcranial sonography of the brain parenchyma: comparison of B-mode imaging and Tissue Harmonic Imaging*, *Ultrasound in Med. & Biol.*, **26**, 2, 189-194, 2000.
68. RIELLY M., *A theoretical and experimental investigation of nonlinear ultrasound propagation through tissue mimicking fluids*, *Proceedings of the 2000 IEEE Ultrasonics Symposium*, 1355-1358, 2000.
69. RIEMANN B., *The propagation of sound waves of finite amplitude* (1860) reprinted in *The collected works of Bernard Riemann*, Dover, New York, 156-175, 1953.
70. SARVAZYAN A. P., CHALIKIAN T. V., DUNN F., *Acoustic nonlinearity parameter B/A of aqueous solutions of some amino acids and proteins*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **88**, 1555-1561, 1990.
71. SECOMSKI W., NOWICKI A., GUIDI F., TORTOLI P., LEWIN P. A., *Noninvasive in vivo measurements of hematocrite*, *J. Ultrasound Med.*, **22**, 375-384, 2003.
72. SEHGAL C. M., BAHN R. C., GREENLEAF J. F., *Measurements of the acoustic nonlinearity parameter B/A in human tissues by a thermodynamic method*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **76**, 4, 1023-1029, 1984.
73. SEHGAL C. M., PORTER B. R., GREENLEAF J. F., *Ultrasonic nonlinear parameters and sound speed of alcohol-water mixtures*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **79**, 2, 566-570, 1986.
74. SHARMA B. K., *Nonlinearity acoustical parameter and its relation with Rao's acoustical parameter in liquid state*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **73**, 1, 106-109, 1983.
75. SPRATT J. S. C., LESLIE S. J., WHITE A., *Harmonic imaging improves estimation of left ventricular mass*, *Int. J. Cardio. Imag.* **20**, 2, 107, 2004.

76. TANAKA S., OSHIKAWA O., SASAKI T., IOKA T., TSUKUMA H., *Evaluation of Tissue Harmonic Imaging for the diagnosis of focal liver lesions*, *Ultrasound in Med. & Biol.* **26**, 2, 183-187, 2000.
77. TJØTTA J. N., TJØTTA S., *An analytical model for the near-field of a baffled piston transducer*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **68**, 1, 334, 1980.
78. TJØTTA J. N., TJØTTA S., *Nonlinear equations of acoustics with application to parametric acoustic arrays*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **69**, 1644-1652, 1981.
79. TJØTTA J. N., TJØTTA S., *Nearfield and farfield of pulsed acoustic radiators*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **71**, 4, 824-834, 1982.
80. THOMPSON P. A., *Compressible-fluid dynamics*, Maple Press, New York, 1984.
81. WESTERVELT P. J., *Scattering of sound by sound*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **29**, 199-203, 1957.
82. WESTERVELT P. J., *Parametric acoustic array*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **35**, 535-537, 1963.
83. WÓJCIK J., *Conservation of energy and absorption in acoustic fields for linear and nonlinear propagation*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **104**, 5, 2654-2663, 1998.
84. WÓJCIK J., *Transport energii w polu fali ultradźwiękowej*, *Prace IPPT PAN*, **2**, 1999.
85. WÓJCIK J., *A new theoretical basis for numerical simulations of nonlinear acoustic fields*, *Proceedings of the 15<sup>th</sup> International Symposium on Nonlinear Acoustics in Goettingen*, American Institute of Physics, **524**, 141-144, Melville, New York 2000.
86. WU J., TONG J., *Measurements of the nonlinearity parameter B/A of contrast agents*, *Ultrasound in Med. & Biology*, **24**, 1, 153-159, 1997.
87. ZABOLOTSKAYA E. A., KHOKHLOV R. V., *Quasi-plane waves in the nonlinear acoustics of confined beams*, *Sov. Phys. Acoust.*, **15**, 35-40, 1969.
88. ZHANG J., DUNN F., *In vivo B/A determination in a mammalian organ*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **81**, 5, 1635-1637, 1987.
89. ZHU Z., ROSS M. S., COBB W. N., JENSEN K., *Determination of the acoustic nonlinearity parameter B/A from phase measurements*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **74**, 5, 1518-1521, 1983.
90. ZISKIN M. C., LEWIN P. A., *Ultrasonic exposimetry*, CRC Press Inc., Boca Raton, Florida 1993.